Jubiläumsband
5 Jahre „Erlebnis Mathematik“

Gerlinde FAUSTMANN (Hrsg.)

Gerlinde FAUSTMANN (Hrsg.)

Jubiläumsband: 5 Jahre „Erlebnis Mathematik“

IMPRESSUM

Umschlaggestaltung: Mag. Mag. Dr. Cornelia Faustmann

Lektorat/Korrektorrat: Mag. Mag. Dr. Cornelia Faustmann

Gerlinde FAUSTMANN (Hrsg.)

Jubiläumsband: 5 Jahre „Erlebnis Mathematik“

Kurzfassungen der gehaltenen Vorträge
unter redaktioneller Mitarbeit
von Mag. Mag. Dr. Cornelia FAUSTMANN

Vorwort *(Dr. Gerlinde FAUSTMANN)*

Die Welt der Mathematik ist eine dermaßen vielfältige und mitreißende, sodass ich als Mathematikerin mit Herz und Seele schon immer möglichst viele Menschen mit meiner Begeisterung anstecken wollte. Somit habe ich vor nunmehr fünf Jahren mit der Eröffnung des „Erlebnis Mathematik" einen bereits länger gehegten Traum verwirklicht. Begonnen als Sammelsurium mathematischer Liebhabereien, von Informationen zur Mathematikgeschichte bis zu diversen Exponaten wie etwa historische Rechenschieber und Rechenmaschinen, hat sich auch ein regelmäßiger Vortragsbetrieb mit Experten aus den verschiedensten mathematischen und naturwissenschaftlichen Bereichen etabliert.

Ich freue mich sehr über den regen Zuspruch in der Öffentlichkeit und es ist mir auch ein besonderes Anliegen, mit dem vorliegenden Band zum Fünf-Jahres-Jubiläum des „Erlebnis Mathematik" einen weiteren Beitrag zur spannenden Mathematikwelt zu liefern – nicht zuletzt auch deswegen, um der besonderen Bedeutung der Zahl fünf Rechnung zu tragen: Denn es handelt sich bei dieser nicht nur um eine halbe Dekade, sondern sie ist den Mathematikern allen voran als Primzahl präsent. Außerdem sind die fünf platonischen Körper, die Fünfsternreihe am Sternenhimmel der Nordhalbkugel und die so genannte Pentadaktylie, die Fünfgliedrigkeit der Extremitäten von Wirbeltieren bzw. die Fünfstrahligkeit mancher Pflanzenblüten oder Früchte, in den Naturwissenschaften bedeutsam. Außerhalb des naturwissenschaftlichen Kontexts findet sich die Zahl fünf auch in vielen Bereichen – so etwa in der taoistischen Tradition mit den fünf Elementen (Holz, Feuer, Erde, Metall, Wasser) oder bei der aristotelischen Kategorisierung der fünf menschlichen Sinne (Hören, Sehen, Schmecken, Riechen, Tasten). Ferner ist die Zahl im Sport bei den fünf olympischen Ringen für die an den Spielen teilnehmenden Kontinente oder in diversen Schulsystemen als Note vertreten. Was die Zahlensymbolik betrifft, so gilt die Fünf in verschiedenen Kulturen als Zahl der Liebe. Außerdem ist sie in Fremdwörtern, welche aus dem Griechischen oder dem Lateinischen stammen, gebräuchlich – so etwa Pentagramm (fünf Linien), Pentagon (Fünfeck), Pentateuch (fünf Bücher Mose), Quintett (Musikensemble aus fünf Mitgliedern).

Begleiten Sie mich in diesem Sinn auf eine spannende Reise durch die Mathematikwelt und genießen Sie die Lektüre zu den bisherigen Höhepunkten des „Erlebnis Mathematik" anlässlich des fünfjährigen Bestehens, auf dass noch viele weitere Jubiläen folgen können!

Mag. Dr. Gerlinde Faustmann, Wiener Neustadt, im September 2023

Einleitung *(Mag. Mag. Dr. Cornelia FAUSTMANN)*

Das „Erlebnis Mathematik“: Von einem Potpourri mathematischer Liebhabereien zu einem fixen Bestandteil lokaler Bildungs- und Kulturlandschaft

Die Schönheit der Mathematik entdecken – dies kann als grundlegender Leitsatz des „Erlebnis Mathematik“ formuliert werden. Die Vermittlung der vielfältigen mathematischen Aspekte mit historischem Fokus erfolgt in dieser Einrichtung durch eine Varietät an Aktivitäten, wobei auch über den Tellerrand der eigenen Disziplin geblickt wird und Themen aus anderen naturwissenschaftlichen Bereichen ebenso einbezogen werden. So können zahlreiche Exponate wie historische Rechenhilfsmittel, antiquarische Instrumente und Bücher, Tafeln und Figuren entdeckt werden, welche die Betreiberin, Gerlinde Faustmann, im Rahmen von individuellen Führungen detailliert erläutert. Außerdem finden regelmäßig Vorträge zu diversen mathematischen, naturwissenschaftlichen bzw. fachlich verwandten Gebieten statt, welche von Experten aus dem universitären bzw. akademischen Umfeld gehalten werden. Ergänzt werden diese Aktivitäten durch Sonderveranstaltungen beispielsweise anlässlich von Jubiläen naturwissenschaftshistorisch bedeutender Persönlichkeiten.

Im Sinne des aktuellen fünfjährigen Jubiläums zum Bestehen des „Erlebnis Mathematik“ kann insbesondere hervorgehoben werden, dass hier niemand als das sprichwörtliche fünfte Rad am Wagen gilt, sondern jeder willkommen ist. Nicht nur, dass es ausdrücklich als Raum für einen offenen Austausch zwischen fachlichen Experten und interessierten Laien mit den verschiedensten Niveaus an Ausgangswissen angelegt ist, sondern auch, dass jegliche Altersgruppen, von Kindern bis zu Pensionisten, eingeladen sind und mit zielgruppenspezifisch angepassten Programmen Einblicke in die Mathematikwelten erhalten können.

In seinem fünfjährigen Bestehen hat das „Erlebnis Mathematik“ einen Entwicklungsprozess durchlaufen, dessen nähere Betrachtung einige interessante Aspekte offenbart. Zunächst ist die Vorgeschichte zur Gründung insofern durchaus singulär, als sich der Standort in der Bahngasse 43 in Wiener Neustadt seit dem Jahr 1963 im Besitz der Familie der Betreiberin, Gerlinde Faustmann, befindet. So wurde die Liegenschaft durch ihre Eltern Anna und Gregor Wiedeschitz erworben. Die regionale Verortung des „Erlebnis Mathematik“ in Wiener Neustadt ist zudem aus dem Blickwinkel des akademischen Schwerpunkts der Betreiberin im Bereich der Mathematikgeschichte, nämlich den österreichischen Mathematikern und der Geschichte der Logarithmen im 18.

Jahrhundert, stimmig.[1] Denn in diesem Zusammenhang haben die Bibliotheken der Stadtpfarre Neukloster und der Theresianischen Militärakademie ergiebige Ausgangspunkte für Gerlinde Faustmanns betreffende Arbeitsbereiche geboten. Aber nicht nur in dieser Hinsicht ist ein persönlicher Bezug gegeben, sondern auch der Austausch der Betreiberin mit ihren mathematischen „Wegbereitern" an der Technischen Universität Wien, Edmund Hlawka und Christa Binder, haben verschiedenste Inspirationen geboten. Der Eröffnung des „Erlebnis Mathematik" im Jahr 2018 ging eine insgesamt dreijährige Planungs- und Ausbauphase der Lokalität voraus. Ein bislang leerstehender Rohdachbodenbereich des Gebäudes bot sich für die Realisierung des Projektvorhabens an und dieser wurde in verschiedenen Ausbaustufen in den Jahren 2016 bis 2018 zur schließlich nutzbaren Einrichtung umgestaltet. Im April 2018 wurde eine Voreröffnung veranstaltet, der offizielle Eröffnungsfestakt folgte am 29. September 2018 mit einem mathematischen Rahmenprogramm aus Fachvorträgen unter dem Beisein von Ehrengästen aus Politik und lokalen Schulen.

Bereits beim Betreten des „Erlebnis Mathematik" offenbart sich die Detailverliebtheit, mit welcher die Einrichtung gestaltet ist. So werden die Eintretenden zunächst durch das Logo der Einrichtung begrüßt, das im Übrigen auch am Hauseingang im Erdgeschoß angebracht und mit Hinweisen zu den Öffnungszeiten ergänzt ist. Das Logo ist als logarithmische Spirale konzipiert und umfasst den Schriftzug „εrlebnis Mατhematik", wobei die Verwendung der in der Mathematik allgemein gebräuchlichen griechischen Buchstaben ε, α, τ hervorzuheben ist. Außerdem finden sich beispielsweise im Eingangsbereich auf den Bodenfliesen der Beweis des Satzes des Pythagoras oder die Fibonacci-Zahlen.

Im Hauptbereich der Einrichtung veranschaulicht zunächst eine Übersicht die historische Entwicklung der Zahlen unter dem plastischen Titel „Vom Zählen zum Computer". Hierbei wird auf sämtliche Kulturen ab der Steinzeit eingegangen, in der neueren Geschichte wird insbesondere der Bereich der Computer berücksichtigt. Folgte in den Anfängen des „Erlebnis Mathematik" darauf ein Sammelsurium vornehmlich aus textlichen Informationen zu Detailthemen der Mathematikgeschichte (mit Fokus auf Biografien) und wenigen Exponaten (vor allem Rechenschiebern), so kann festgestellt werden, dass die Einrichtung im Laufe ihres fünfjährigen Bestehens eine beachtliche Entwicklung zu einer größeren Systematik, einem umfassenderen allgemeinen Überblick und

[1] Cf. z.B. Gerlinde Faustmann, Österreichische Mathematiker um 1800 unter besonderer Berücksichtigung ihrer logarithmischen Werke (Wien 1994, Dissertationen der Technischen Universität Wien 59). Oder zuletzt: Gerlinde Faustmann, Vega, Georg, in: Neue Deutsche Biographie 26 (Berlin 2016), 726f. Bzw.: Gerlinde Faustmann, Unterberger Leopold, in: Österreichisches Biographisches Lexikon 1815 – 1950. 15/67 (Wien 2016), 113.

einer erheblichen Ausweitung des Bestands an Objekten erfahren hat. So geben nun Rechenmaschinen, Rechenstäbe, Rechenscheiben, Zirkel, Addiatoren, Sextanten, Computer, Speichermedien für elektronische Daten, Figuren wie beispielsweise Keplers Weltmodell, Bücher und viele weitere Objekte facettenreiche Einblicke in den vielfältigen Bereich der Mathematik-, Naturwissenschafts- und Technikgeschichte. Als ein besonderes „Highlight" kann eine Curta-Rechenmaschine aus den 1950er-Jahren hervorgehoben werden, deren praktische Anwendung die Betreiberin im Rahmen von Privatführungen regelmäßig demonstriert. Die Provenienz der Objekte ist einerseits im Privatbesitz der Betreiberin und andererseits in Zuwendungen durch private Sammler verortet. Ein Katalog sämtlicher Exponate liegt zum gegenwärtigen Zeitpunkt zwar nicht vor, kann aber als relevantes zukünftiges Projekt – eventuell anlässlich weiterer Jubiläen – angedacht werden.

Unter dem Stichwort „Mathematik zum Ausprobieren" kommt der Ansatz des spielerischen und praktischen Aspekts, welcher in der modernen Museumslandschaft und Museumspädagogik vorherrschend propagiert wird, im „Erlebnis Mathematik" auch nicht zu kurz. So kann man beispielsweise Zahlen knüpfen wie die Inkas, die Königsberger Brücken überqueren, magische Quadrate legen, Quartett zum Weg der Zahlen durch die Zeit spielen oder sich darin versuchen, mit Neper'schen Stäbchen, Rechenstäben, Logarithmentafeln oder „auf der Linien" zu rechnen. Ist ein etwas kontemplativerer Charakter an Aktivität gefragt, so bietet die Leseecke einen Rückzugsort zum Schmökern in der facettenreichen Bibliothek, welche Bücher zu den verschiedensten Aspekten der Mathematik umfasst. Wie in der Einrichtung insgesamt, wird auch hierbei stets über den Horizont der eigenen Disziplin hinausgeblickt, und so kann man sich beispielsweise über Mathematik und Kunst informieren. Ferner manifestiert sich in diesem Zusammenhang insofern auch die bereits erwähnte Detailverliebtheit, als „Geometrie-Sitzkissen" zum Niederlassen – und in weiterer Folge natürlich zum Einlassen – auf Mathematik einladen.

Das Portfolio des „Erlebnis Mathematik" wird schließlich durch einen regelmäßigen Vortragsbetrieb abgerundet. Einerseits bietet die Betreiberin individuelle Führungen an, die je nach Wunsch der Interessenten maßgeschneidert gestaltet und thematisch variiert werden. Andererseits finden in einem üblicherweise quartalsmäßigen Zeithorizont regelmäßig Präsentationen lokaler Vortragender zu den verschiedensten Themen der Mathematik-, Technik-, Wirtschafts-, Musik- und Naturwissenschaftsgeschichte statt. Zwar erforderte die Corona-Pandemie eine Unterbrechung der Aktivitäten, zumal sich die Einrichtung auf das Präsenzformat fokussiert, aber eine erfolgreiche Wiederaufnahme ist gelungen und der Zuspruch an Interessenten scheint sich durchaus laufend zu steigern. Im Laufe des bisherigen fünfjährigen Bestehens des „Erlebnis Mathematik“ sind bislang elf Vorträge gehalten und eine Sonderveranstaltung organisiert worden, welche anlässlich des 450. Geburtstages von Johannes Kepler am 10. und 11. Juni 2022 stattgefunden hat.[2]

Bei allen diesen Aktivitäten steht ein allgemeiner Bildungsauftrag gegenüber der breiten Öffentlichkeit im Vordergrund, wobei die reine Gemeinnützigkeit ohne Gewinnerzielungsabsicht sowie die Unabhängigkeit von sämtlichen offiziellen Förderstellen hervorgehoben werden können.

Auch in der lokalen Medienlandschaft ist das „Erlebnis Mathematik“ bereits auf reges Interesse gestoßen. So erschien als Vorschau auf die Eröffnung im Jahr 2018 in den Niederösterreichischen Nachrichten ein Beitrag unter dem plastischen Titel „Liebeserklärung an die Mathematik“,[3] womit die Passion der Betreiberin und die Zielsetzung der Einrichtung auf höchst passende Weise bezeichnet werden. Aber nicht nur im Printmedienbereich, sondern auch im Lokalfernsehen ist das „Erlebnis Mathematik“ vorgestellt worden, nämlich mit einem Kurzbeitrag von „SchauTV“ am 14. Februar 2020 in der Rubrik „schau LEBEN“.[4] Was die „modernen Medien“ betrifft, so ist ein Beitrag des lokalen Podcasts „Peters Funkturm“, ebenfalls aus dem Jahr 2020, erwähnenswert.[5] Das bereits erwähnte Kepler-Geburtsjubiläumsjahr bot schließlich im Jahr 2022 den Anlass für weitere Medienpräsenz des „Erlebnis Mathematik“, und zwar abermals mit einem Beitrag in den Niederösterreichischen Nachrichten.[6]

Als mathematisches Potpourri sämtlicher Liebhabereien von Übersichtstafeln zu ausgewählten Mathematik- und Informatikgeschichtethemen bis zu historischen Exponaten (Rechenschiebern und Rechenmaschinen) begonnen, hat sich das „Erlebnis Mathematik“ also durchaus zu einem fixen Bestandteil und einer Bereicherung der lokalen Bildungs- und Kulturlandschaft im südlichen Niederösterreich entwickelt, die bereits auch auf reges Interesse in einer breiten Öffentlichkeit gestoßen ist und die man in diesem Sinne nicht mehr missen möchte. Somit wird es auf alle Fälle spannend bleiben, die weiteren Entwicklungen des „Erlebnis Mathematik“ hinsichtlich einer prosperierenden naturwissenschaftshistorischen Bewusstseinsbildung und Wissensvermittlung mitzuverfolgen.

---

[2] Zu Johannes Kepler maßgeblich z.B. Volker Bialas, Johannes Kepler (München 2004).

[3] Stefanie Marek, Liebeserklärung an die Mathematik, in: Niederösterreichische Nachrichten (Woche 32/2018).

[4] https://kurier.tv/schau-leben-sendungen/schau-leben-sendung-vom-14-februar-2020/400756341.

[5] https://podcasters.spotify.com/pod/show/petersfunkturm/episodes/Peters-Funkturm-Erlebnis-Mathematik-Museum-elgulb/a-a3ktphm.

[6] Peter Fridecky, Mathematik als Erlebnis, in: Niederösterreichische Nachrichten (Woche 23/2022).

I. Adam Ries – Leben und Werk *(Dr. Gerlinde FAUSTMANN)*

0. Kurzfassung

Im Vortrag wurden keinerlei Kenntnisse vorausgesetzt. Es wurde ein Einblick in das Leben von Adam Ries und in seine Rechenbücher vermittelt. Auf anschauliche Weise wurde sein „Rechnen auf der Linien" erläutert.

1. Zeitgeist

Adam Ries wurde in dem Jahr geboren als Christoph Columbus Amerika entdeckte und in Salzburg die Brauerei „Stiglbräu" gegründet wurde. Die Erde wurde als das ruhende Zentrum des Weltalls gesehen und ein halbes Jahrhundert später erschien Nikolaus Copernicus' Werk „De revolutionibus …", mit dem die Anerkennung des heliozentrischen Weltbildes eingeleitet wurde. Zeitgenossen wie Leonardo da Vinci, Albrecht Dürer, Michelangelo Buonarotti, Martin Luther uva. Persönlichkeiten leisteten einen wichtigen Beitrag zur Erweiterung des mittelalterlichen Weltbildes und prägten die Renaissance.

„Unsere" indisch-arabischen Ziffern wurden im 10. Jahrhundert in Europa bekannt und verbreiteten sich in Verbindung mit dem Rechnen auf dem Abakus. Gegenüber der römischen Zahlen galten sie als fälschungsanfällig und sie wurden deshalb noch im 14. Jahrhundert verboten. Adam Ries leistete einen beachtlichen Beitrag zur Akzeptanz der indisch-arabischen Zahlen. Dezimalzahlen wurden erst im 17. Jahrhundert anerkannt und negative Zahlen galten als fiktiv. Im 16. Jahrhundert war die Algebra noch keine „Buchstabenrechnung" und durch die Angabe von allgemeinen Regeln und Symbole durch Franciscus Vieta (1540-1603) wurde die Algebra als mathematische Disziplin anerkannt.[7]

2. Leben

Über das Leben von Adam Ries gibt keine Urkunden und einige biographische Daten kennen wir von den Titelblättern seiner Werke.

Adam Ries wurde im Jahr 1492 in (Bad) Staffelstein in Oberfranken geboren. Sein Vater Conntz war in zweiter Ehe mit Adams Mutter Eva geborene Kittle verheiratet, die bereits 2 Söhne und eine Tochter hatte. Später folgten noch 3

[7] Wußing, Hans: 6000 Jahre Mathematik. Korrigierter Nachdruck 2009 Springer-Verlag Berlin Heidelberg. Bd. 1 S. 394.

Töchter und ein Sohn. Adams Bruder Conrad besuchte in Zwickau die Lateinschule und er war im Jahr 1509 ebenfalls in Zwickau. Über einen Schulbesuch von Adam gibt es keine Quellen. Es wird in einem seiner Werke ein Studienaufenthalt in Paris zwischen 1509 und 1515 erwähnt. Im Jahr 1515 war er vermutlich in Annaberg und zu dieser Zeit dürfte er zeitweise auch in Leipzig gelebt haben. 1518 hielt er sich länger in Erfurt auf, wo ihm sein Freund Georg Stortz, der spätere Rektor der Erfurter Universität, den Zugang zur Welt der Wissenschaft ermöglichte.
Zwischen 1518 und 1522 verfasste Ries ein Büchlein mit dem Titel: „Beschickung des Tiegels ...", eine Art Münzrechenbuch. Die Ausführung vieler Rechnungen bildeten den Grundstein, den Beruf eines Rechenmeisters zu ergreifen und vermutlich eröffnete er 1522 in Erfurt in der Drachengasse eine Rechenschule und übersiedelte dann in die Bergstadt Annaberg, wo Silber abgebaut wurde und er Privatunterricht erteilte. Seit 1524 war er Rezessschreiber am Bergamt Annaberg mit der Aufgabe, über Gewinnabführungen an die Eigentümer und den Landesherren, über Erträge, Schulden und Produktionskosten Buch zu führen – also Buchhalter.
Er heiratete Anna Lewber (Tochter eines Schlossermeisters aus Freiberg) und kaufte 1525 in Annaberg in der Johannisgasse ein Haus, in dem er auch seine Rechenschule betrieb. In diesem Haus befindet sich heute ein Adam Ries-Museum.

Abb. 1: SACHSEN. digital, Public Domain

Adam war auch Rezessschreiber (1527-1536) in Marienberg, Gegenschreiber (1532) in Annaberg und Zehntner (1533-1539) im Bergamt Geyer.

Im Auftrag der Stadt Annaberg verfasste er 1533 eine Brotordnung und stellte auch Berechnungen für Weinpreise an. Vom neuen Landesherrn, dem lutherischen Kurfürsten Moritz, erhielt er 1539den offiziellen Titel „Churfürstlicher Sächsischer Hofarithmeticus".

Lt. der erhaltenen Kaufurkunde von 1539 erwarb er von seiner Schwägerin um 1200 rheinische Gulden das kleine Gut „Vorwerk bei Wiesa“ (später Riesenburg genannt).[8]
Er hatte mindestens acht Kinder, von denen viele bereits im Kindesalter verstarben. Seine Söhne Adam, Abraham u. Isaac wurden auch Rechenmeister. Es gibt kein Dokument über den Tod von Adam Ries. Lt. späterer Chronisten soll er am 30. März 1559 gestorben sei.[9]

3. Werke

Während seines Aufenthaltes in Erfurt verfasste Ries zwei Rechenbücher und ließ diese auch in Erfurt drucken.

3.1. Das erste Rechenbuch (1518)

Abb. 2: wikipedia public domain

Von der ersten Auflage des ersten Rechenbuches mit der Kurzbezeichnung „Linienrechnung“ wurde bisher kein Exemplar gefunden.
Es enthält eine Sammlung von praktischen Aufgaben aus verschiedenen Bereichen des Wirtschaftslebens. Bemerkenswert ist noch, dass Ries den Hinweis gab, Kindern das Rechnen zu lehren, da dadurch größere Dinge begriffen werden könnten. Im 16. Jahrhundert war es völlig unüblich, dass Kinder rechnen lernten. Erst die angehenden Kaufleute und Praktiker konnten sich gegen Bezahlung privaten Unterricht von Rechenmeistern leisten.
Dieses erste Rechenbuch wurde zu Riesens Lebzeiten durch den Erfolg seines zweiten Rechenbuchs stark in den Hintergrund gedrängt. Es hat aber trotzdem vier Auflagen erlebt.

---

[8] Wussing, Hans: Adam Ries.2. durchges. Und erw. Aufl.- Stuttgart; Leipzig:Teubner; Zürich: Verl. Der Fachvereine, 1992. S. 26.
[9] Ebd. S. 11.

3.2. Das zweite Rechenbuch (1522)

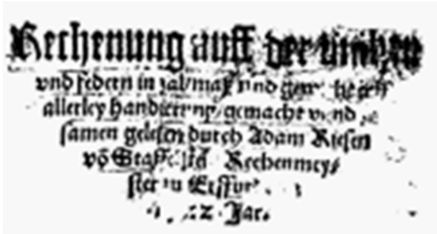


Abb. 3: https://www.weidauer.de/Ries/riebu21.html

Es enthält eine Abhandlung des Linienrechnens mit Abbildungen Die Grundrechnungsarten werden auch für das schriftliche Rechnen mit indisch-arabischen Zahlen und auch für Bruchzahlen erklärt. Als Rechenprobe wird die Neunerprobe erläutert. Dieses zweite Rechenbuch enthält eine umfangreichere Aufgabensammlung als das erste Buch. Weiters werden Aufgaben vom Geldwechsel, Silber- und Goldrechnung, Beschickung des Schmelztiegels, vom Münzschlag, von Handelsgesellschaften, vom Warentausch zur Zins- und Zinseszinsrechnung, Metallurgie, Münzschlag auch zum Einüben der Dreisatzrechnung angegeben. Die Summation einer arithmetischen Reihe und die „Regula falsi“ werden an vielen Beispielen geübt. Losgelöst von jeder praktischen Anwendung werden Magische Quadrate und Konstruktionsverfahren drei- und vierzeiliger Quadrate angegeben.
Der Erfolg dieses 2. Rechenbuchs beruhte darauf, dass Ries sowohl das Abakusrechnen sowie das Ziffernrechnen behandelte. Es sind über 108 Auflagen erschienen.[10]

3.3. Das dritte Rechenbuch (1550)

Die Arbeiten zum sog. Großen Rechenbuch waren bereits in den zwanziger Jahren beendet, doch wegen der hohen Druckkosten und der Suche nach einem Verleger wurde das Hauptwerk „Praktika“ erst 1550 gedruckt.
Das Titelblatt zeigt das einzige bekannte Holzschnittporträt und das Andreaskreuz. In diesem umfangreichen Werk sind das Linienrechnen und das schriftliche Rechnen noch ausführlicher als im 2. Rechenbuch dargestellt und es sind viele beeindruckende Aufgaben aus der Praxis und aus der Unterhaltungsmathematik enthalten. Die Inhaltsberechnung von Fässern mit der Messrute (Visierkunst) bildet einen Höhepunkt in seinem Werk. Der Verbreitungsgrad dieses anspruchsvollen Werkes war nicht sehr groß. Von seinem Enkel Carolus Ries wurde im Jahr 1611 eine posthume Auflage herausgegeben.[11]
In der „Praktika“ deutete er auf seine eigene „Coß‘“ hin, die jahrhundertelang als verschollen galt.

[10] Deschauer, Stefan: Das zweite Rechenbuch von Adam Ries. Braunschweig; Wiesbaden: Vieweg, 1992. S. 10.
[11] Deschauer, S. 9.

3.4. Coss (1524)

Von diesem „Algebrawerk“ ist ein umfangreiches Manuskript von 1524 erhalten, das heute im Erzgebirgsmuseum von Annaberg-Buchholz aufbewahrt wird. 1525 vollendete Adam Ries die Reinschrift des ersten Teils seiner „Coß“, *die jedoch ungedruckt blieb und erst im Jubiläumsjahr 1992 als Faksimile mit Kommentar erschienen ist.“*[12]

Abb. 4: SACHSEN.digital, Public Domain Mark 1.0//Signatur: M001

Dieses bedeutende Werk hat er seinem Förderer Dr. Stortz gewidmet und die Handschrift umfasst 534 Seiten. Sie enthält das Rechnen mit indisch-arabischen Ziffern und es wurden cossische Bezeichnungen und Symbole für die Variablen und Potenzen eingeführt. Er entwickelte eine eigenständige algebraische Terminologie. Weiters behandelte er acht Typen von Gleichungen ersten und zweiten Grades. Gleichungen, die keine positiven Lösungen haben, wurden nicht angegeben.

3.5. Linienrechnen

In seinen Rechenbüchern erklärte Adam Ries das Linienrechnen ausführlich. Auf einem Rechentisch waren Linien für Einer (I), Zehner (X), Hunderter (C) und Tausender (M) usw. eingekerbt bzw. wurden auf Rechentüchern entsprechende Linien gezeichnet oder genäht. Es wurden Rechensteine oder Rechenpfennige

Abb. 5: Wikipedia public domain

aufgelegt. Die Tausenderlinie wurde zur besseren Übersicht mittels eines Kreuzes gekennzeichnet. Die Zwischenräume geben den 5- (V), 50- (L) bzw. 500-fachen (D) Wert an.

[12] Deschauer, Stefan: Das macht nach Adam Riese. Anaconda Verlag GmbH, Köln 2012. S. 21.

Auf folgender Abbildung ist eine Addition dargestellt:

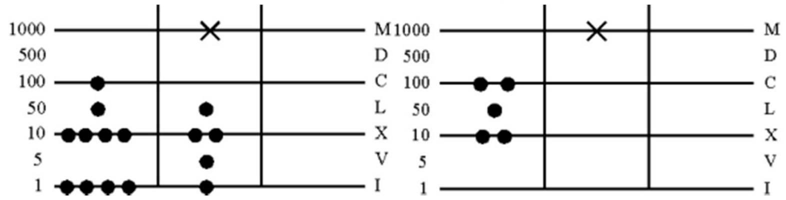


Abb. 6: https://www.tinohempel.de/info/mathe/ries/ries.htm

194 + 76 = 270

Falls sich fünf oder mehr Steine auf einer Linie befinden wird „aufgebündelt". Dh.: es werden fünf Steine auf der Linie durch einen Stein im Zwischenraum ersetzt und zwei Steine im Zwischenraum werden durch einen Stein auf der nächst höheren Linie ersetzt.

Auf der nächsten Abbildung ist die Multiplikation 38 · 123 ausgeführt:

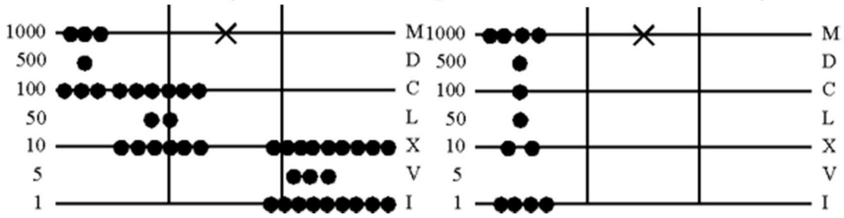


Abb. 7: https://www.tinohempel.de/info/mathe/ries/ries.htm

$38 \cdot 100 + 38 \cdot 20 \ + \ 38 \cdot 3 \quad = \ 4\,674$

4. Conclusio:

Die Verbreitung der Rechenkunst in allen Bildungsschichten verdanken wir Adam Ries. Durch den methodisch geschickten Aufbau wurden die Leser nicht überfordert und seine Anordnung und Darbietungen der Aufgaben galt lange Zeit als unübertroffen.[13] Die Unsterblichkeit dieses großen Rechenmeisters erkennen wir in der heute noch gebräuchlichen Redewendung: „Das macht nach Adam Ries(e)."

Literatur

Deschauer, Stefan: Das macht nach ADAM RIESE. Anaconda Verlag GmbH, Köln 2012.

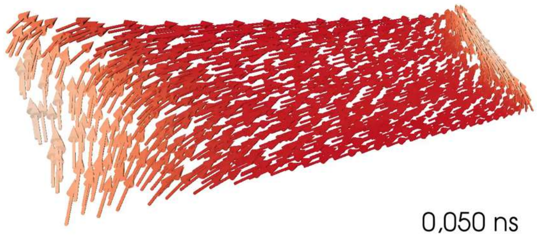
Wussing, Hans: Adam Ries.2. durchges. Und erw. Aufl. –Stuttgart; Leipzig; Teubner; Zürich 1992.

Deschauer, Stefan: Das zweite Rechenbuch von Adam Ries. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg, 1992.

Wussing, Hans: Adam Ries. 2., durchges. Und erw. Aufl. – Stuttagart; Leipzig: Teubner; Zürich: Verl. D. Fachvereine, 1992.

Gebhardt, Rainer (Hrsg.): Die Annaberger Brotordnung von Adam Ries.(Schriften des Adam-Ries-Bundes Annberg-Buchholz; Band 16, 2004.

[13] Deschauer 2. Rb. S. 10.



II. Moderne Mathematik - Von Fragestellung zu Simulation *(DI. Dr. Markus FAUSTMANN)*

0. Kurzfassung

Im Vortrag werden keinerlei Kenntnisse vorausgesetzt. Es wird ein Einblick in aktuelle mathematische Forschung gegeben. Auf anschauliche Art werden mittels Computersimulation interessante Aufgaben gelöst.

1. Moderne Mathematik

Einen ganzheitlichen Überblick über die moderne Mathematik zu geben ist wohl ein unmögliches Unterfangen. Nach momentanem Stand gibt es mindestens 295.702 abgeschlossene Doktorate in Mathematik (Quelle: Mathematics Genealogy Project) mit stark steigender Tendenz.

Historisch gibt es wohl vier Kerngebiete der Mathematik: Logik und Mengenlehre, Algebra, Analysis und Topologie und etliche weitere prominente Teilgebiete, wie beispielsweise Geometrie, Zahlentheorie, diskrete Mathematik oder Differentialgeometrie. In diesem Vortrag wird speziell auf ein rasant wachsendes, modernes Gebiet der Mathematik eingegangen, auf die numerische Mathematik.

Die numerische Mathematik gilt als relativ junge Disziplin, auch wenn einige grundlegende Dinge bereits auf Gauß oder Euler zurückgehen. In der numerischen Mathematik spiegelt sich auch der Einfluss von modernen Technologien auf die Gesellschaft wider. Hatte Gauß noch Personen („Computer“) beschäftigt, die arithmetische Berechnungen für ihn durchführten, so kann man heute komplexe und enorm umfangreiche Rechenaufgaben schnell auf digitalen Rechengeräten durchführen. Dies führte zu einer Vielzahl an neuen Möglichkeiten, aber auch zu neuen Problemen und Fragestellungen.

Üblicherweise werden Problemstellungen aus der Physik, Chemie, Biologie, Mechanik oder Wirtschaft und Finanz mittels Modellen beschrieben, die keine analytisch berechenbare Lösung haben. Daher werden oftmals so genannte numerische Approximationen bestimmt, also näherungsweise Lösungen, die man am Computer bestimmen kann und die möglichst gut das reale System widerspiegeln sollen. Mit Hilfe dieser Approximationen kann eine Simulation für das Problem erstellt werden, ohne beispielsweise Prototypen bauen zu müssen.

Die primären Fragestellungen der numerischen Mathematik sind zuverlässige, genaue und schnelle Verfahren zu entwickeln, die die numerischen Approximationen berechnen. In diesem Vortrag werden anhand von einigen Anwendungsbeispielen Fragestellungen und Resultate aus der numerischen Mathematik und Simulation vorgestellt.

2. Dynamische Systeme

Prozesse, die sich über die Zeit (und gegebenenfalls auch im Ort) ändern, nennt man auch dynamische Systeme. Mathematisch werden diese oftmals mittels Differentialgleichungen modelliert, also Gleichungen, die eine Funktion als Lösung haben, und in denen Ableitungen der Funktion auftreten.
Ein einfaches Beispiel hierfür ist kontinuierliche Verzinsung: Bezeichnet man den Wert eines Sparbuches zum Zeitpunkt t mit u(t), so ist die Änderung im Wert (die Ableitung der Funktion) proportional zu dem Zinssatz r mal dem Wert u(t). Man erhält also die Gleichung

$$u'(t) = r \cdot u(t)$$

Üblicherweise werden Differentialgleichungen entweder aus physikalischen Gesetzen (z.B. Masse- und Impulserhaltung) oder aus Beobachtungen hergeleitet. Meistens werden dabei Annahmen getroffen, eine fehlerfreie Beschreibung eines realen Problems ist praktisch unmöglich.

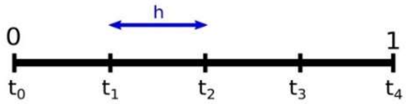
Ein etwas komplexeres Differentialgleichungs-Modell ohne analytische Lösung ist das Räuber-Beute Modell, das die Interaktion zweier Spezies beschreiben soll, das unabhängig voneinander von Alfred James Lotka (1880-1949) und Vito Volterra (1860-1940) entwickelt wurde und daher Lotka-Volterra Modell heißt. Bezeichnet man mit u(t) die Populationsgröße der Beute zum Zeitpunkt t und mit w(t) die Populationsgröße der Räuber zum Zeitpunkt t, so kann mit Hilfe von Interaktionsparametern a,b,c,d>0 die Dynamik der Populationen beschrieben werden durch:

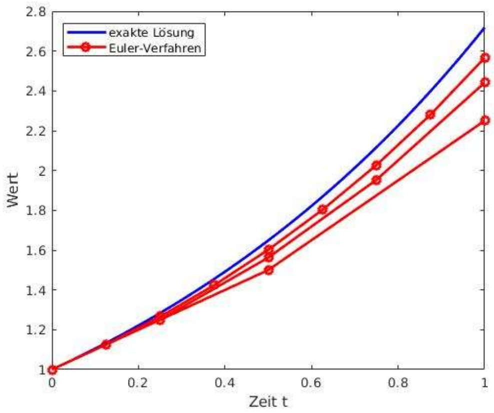
$$u'(t) = au(t) - bu(t)w(t)$$
$$w'(t) = -c\,w(t) + d\,u(t)w(t)$$

3. Approximation dynamischer Systeme

Um eine Simulation von dynamischen Systemen zu erhalten, muss ein numerisches Verfahren verwendet werden. Das einfachste Verfahren hierfür geht auf Leonhard Euler (1707-1783) aus seinem Buch „*Institutiones Calculi Integralis*“ (1768) zurück und heißt auch „*Verfahren der kleinen Schritte*“. In folgendem Beispiel wird das Euler-Verfahren erklärt:

$u'(t) = u(t)$ auf $(0,1)$, $\quad u(0) = 1$





Zerlege in Teilintervalle, approximiere

$$u'(t) \sim \frac{u(t_{i+1}) - u(t_i)}{h}$$

Auswertung und Umformung führt auf das explizite Euler − Verfahren:

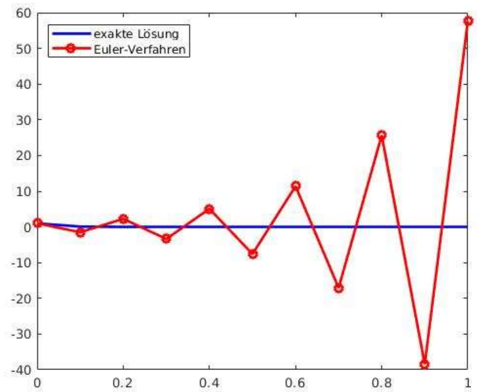
$$u(t_{i+1}) = u(t_i) + hu(t_i)$$

Das vorherige Beispiel zeigt eine primäre Fragestellung für die numerische Mathematik, die Frage nach Genauigkeit der Approximation. Verwendet man mehr Unterteilungspunkte, so erhält man eine genauere Approximation der blauen Kurve, die die exakte Lösung ist. Wir wenden nun das Euler-Verfahren auf eine andere Differentialgleichung an:

$u'(t) = -25u(t)$ auf $(0,1)$, $\quad u(0) = 1$

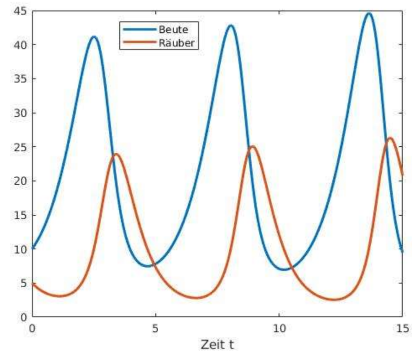
exakte Lösung:

$u(t) = \exp(-25t)$



Das vorherige Beispiel zeigt eine weitere primäre Fragestellung für die numerische Mathematik, die Frage nach zuverlässigen Simulationen. Hierbei ist die exakte Lösung stark abklingend, aber die numerische Lösung stark oszillierend und ansteigend und eine sehr schlechte Approximation. Dies liegt darin, dass für das gegebene Problem das falsche numerische Verfahren verwendet wurde! Passend hierfür wäre eine andere Variante des Euler-

Verfahrens, das implizite Euler-Verfahren. Wendet man dieses Verfahren auf die Lotka-Volterra Gleichungen an, so erhält man folgende Simulation der Populationsdynamik:



4. Finite Elemente Methoden

Das bisher betrachtete Euler-Verfahren funktioniert nur für dynamische Systeme, die ausschließlich von der Zeit abhängen, oder genauer gesagt nur für Funktionen in einer Variablen. In höheren Dimensionen müssen komplexere numerische Verfahren verwendet werden. In diesem Vortrag stellen wir die so genannte Finite Elemente Methode (FEM) vor.

Die FEM wurde in den 1940er Jahren von Zivil- und Luftfahrt-Ingenieuren entwickelt, um komplexe Simulationen in diesen Bereichen durchführen zu können. Die Idee ist hierbei, schwierige Geometrien, so wie Flugzeuge, in endlich viele kleine einfache Teilgebiete zu zerlegen (z.B. Tetraeder oder Würfel), was den Namen „*Finite Elemente*" motiviert. Auf diesen einfachen Teilen wird die gesuchte Funktion durch Polynome approximiert.

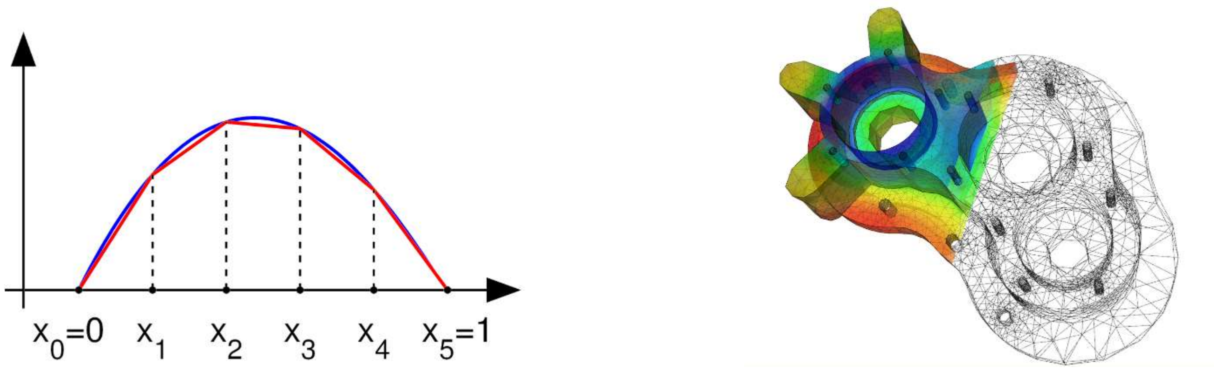


Abb. 1: Stückweise lineare Approximation, Zerlegung in Finite Elemente
(Quelle: Wikipedia)

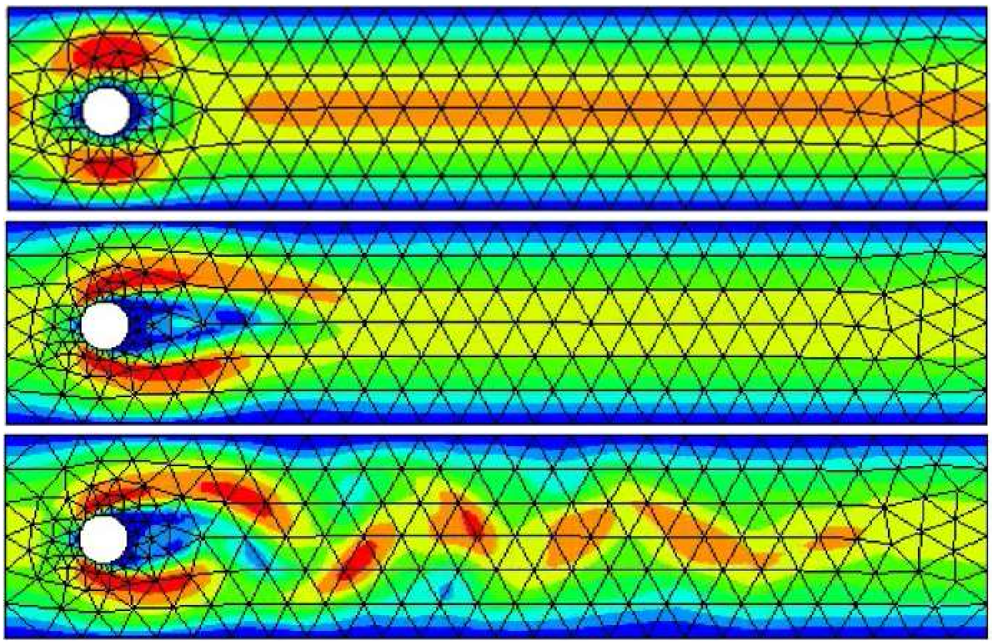
Die großen Stärken der FEM sind der effektive Umgang mit komplexen Geometrien, die Möglichkeiten lokale Effekte zu erfassen und die einfache Implementierung der numerischen Verfahren am Computer und daher ist die FEM für viele Simulationen in der Mechanik weit verbreitet.

Ein berühmtes Modell in der Strömungsmechanik sind die Navier-Stokes Gleichungen, benannt nach Claude Louis Marie Henri Navier (1785-1836) und Sir George Gabriel Stokes (1819-1903). Bis heute ist die eindeutige Existenz von Lösungen der Gleichungen in drei Dimensionen eine offene Fragestellung und ist als Millennium Problem des Clay Mathematics Institutes berühmt. Die Gleichungen sind gegeben durch:

$$\begin{aligned} \partial_t u - \nu \Delta u + u \cdot \nabla u + \nabla p &= f \\ div(u) &= 0 \end{aligned}$$

Hier beschreibt u das Geschwindigkeitsfeld der Strömung und p den Druck, f ist eine externe Kraft und ν die Viskosität des Fluids. Strömungen, die die zweite Gleichung erfüllen, nennt man auch inkompressibel, beispielsweise Wasser.

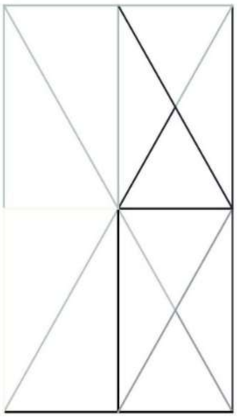
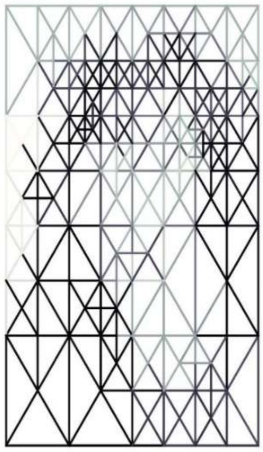
Auch wenn eine exakte Lösung der Gleichungen unbekannt ist, kann man diese mit Hilfe der FEM simulieren. Mittels des Paketes NGSolve (TU Wien), zeigen folgende Bilder eine Simulation des so genannten Schäfer-Turek-Benchmarks, eine Strömung, die in einem Kanal um ein rundes Hindernis fließt, zu den Zeitpunkten t = 0, 10, 40s.

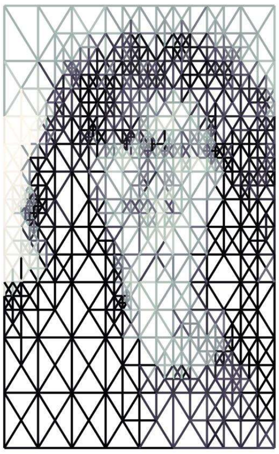
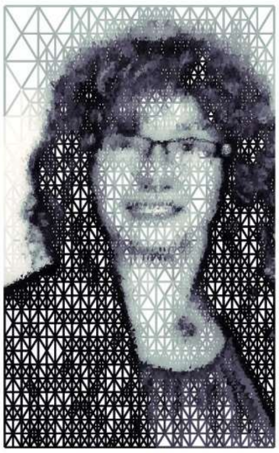


5. Adaptivität

Eine weitere wichtige Fragestellung der numerischen Mathematik ist, ob Algorithmen effizient sind, also ob Approximationen mit möglichst geringem Aufwand bestimmt werden können. Als Beispiel hierfür kann man Simulation von Crash-Tests betrachten. Fährt ein Auto gegen eine Wand, so möchte man möglichst viel Rechenaufwand in die Simulation des vorderen Teils des Autos stecken. Naive Methoden würden überall gleich genau approximieren, was für das gegebene Problem ineffizient wäre.

Mittels Finiter Elemente Simulationen kann man derartige Zoom-in Effekte, auch Adaptivität genannt, einfach realisieren. Folgendes Beispiel (simuliert mittels FaceMesh, TU Wien) zeigt eine adaptive Finite Elemente Methode zur Approximation der Informationen in einem Bild.


Man erkennt, dass Finite Elemente (Dreiecke) unterschiedlicher Größe verwendet wurden und der adaptive Algorithmus automatisch dort mehr Dreiecke (also mehr Rechenaufwand) verwendet, wo im Originalbild Farbwechsel passieren. Das führt zu einer genaueren Approximation bei geringerem Aufwand als wenn überall Dreiecke gleicher Größe verwendet würden.

6. Conclusio

In diesem Vortrag wurden exemplarisch die zentralen Fragestellungen zu Genauigkeit, Zuverlässigkeit und Aufwand der numerischen Mathematik vorgestellt. Um den britischen Statistiker George E.P. Box zu zitieren:

„All models are wrong, but some are useful“

Gleiches gilt auch für die numerischen Approximationen und die zentrale Fragestellung in diesem modernen Gebiet der Mathematik ist, mit Hilfe der Axiome der Mathematik feststellen zu können, welche Verfahren tatsächlich für das gegebene Problem sinnvoll anwendbar sind.

III. Geschichte der Informatik *(DI. Dr. Friedrich FAUSTMANN)* [14]

0. Kurzfassung

Beginnend mit alten Rechenhilfsmitteln über die Entwicklung mehrerer Computer-Generationen bis hin zum Zeitalter der Vernetzung wird ein historischer Streifzug durch die Geschichte der Informatik und ihrer Höhepunkte geboten.

1. Definition und Teilgebiete der Informatik

Definition

Informatik (Information + Mathe**matik**/Auto**matik), **engl.: ***Computer Science***

Brockhaus:

Wissenschaft, die sich mit der grundsätzlichen Verfahrensweise der Informationsverarbeitung und allg. Methoden der Anwendung solcher Verfahren befasst

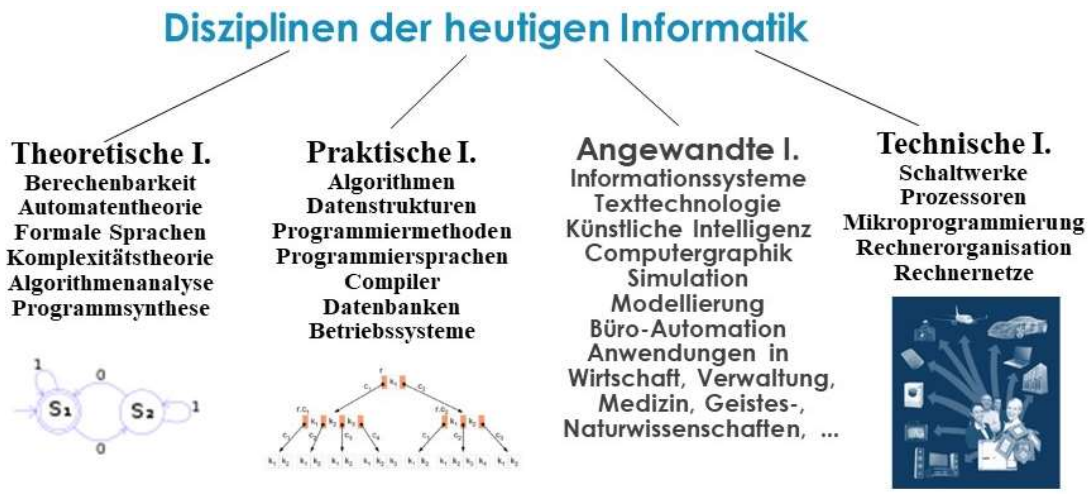


Abb. 1: lt. Wikipedia, public domain

[14] Quellen: Schauer, Helmut: Informatik im Wandel der Zeiten, 2008, educational engineering lab, Universität Zürich, Internet, adaptiert mit Eigenbeschriftung und Bildern aus Wikipedia, Internet – public domain

2. Historische Entwicklung der Informatik

Der nachfolgende Zeitraster[15] listet eine kurze Zusammenfassung der Höhepunkte in der geschichtlichen Entwicklung der Informatik auf:

• Ab ca. **450** v. Chr.: Verwendung des *Abakus* als Hilfsmittel für Grundrechenarten.

• **5. Jhd**.: In Indien wird das Dezimalsystem entwickelt.

• **1050**: Chinesische Gelehrte entwickeln das Dualsystem, ein Zahlensystem mit Basis 2.

• **1547**: Adam Riese (1492–1559) veröffentlicht ein Rechenbuch zur Rechnung im Dezimalsystem.

• **1614-1617**: John Napier (1550–1617) entwickelt Logarithmen und Rechenstäbchen -> Grundlagen für spätere Rechenschieber

• **1623**: Wilhelm Schickard (1592–1635) konstruiert mit Kepler (1571–1630) eine Maschine für die vier Grundrechenarten.

• **1641**: Blaise Pascal (1623–1662) konstruiert eine Maschine zur Addition zweier sechsstelliger Zahlen.

• **1673**: Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) konstruiert eine Rechenmaschine mit Staffelwalzen für die vier Grundrechenarten.

• **1679**: (Wieder-)Entdeckung der Dualzahlen und Einführung der Dual-Arithmetik durch Leibniz -> bildet fast 3 Jahrhunderte später die Grundlage im Einsatz bei Computern.

• **1801**: Jacquards mechanischer Webstuhl kann komplexe Muster weben. Die Steuerung erfolgt durch gestanzte Platten.

• ab **1818**: Rechenmaschinen nach dem Vorbild von Leibniz werden serienmäßig produziert und ständig weiterentwickelt.

• **1833**: Charles Babbage (1792–1871) plant mit Gräfin Ada Augusta von Lovelace die "*Analytical Engine*“, eine durch Lochkarten gesteuerte Maschine mit Zahlenspeicher, Rechenwerk, Steuereinheit und Programmspeicher, die jedoch nie realisiert wird.

[15] Martin Kuhtrib, Grundlagen der Informatik I, WS 2010/2011, Vorlesungs-Skript, Internet, Justus-Liebig-Universität Giessen, S. 5-9

• **1854**: George Boole entwickelt eine Algebra auf den logischen Werten ”wahr“ und ” falsch“.

• **1886**: Hermann Hollerith (1860–1929) baut elektrische Zählmaschinen für Lochkarten zur Auswertung der Volkszählung in den USA. Holleriths Firma *Hollerith Tabulating Company* wird 1924 zur *IBM*.

• **1934/1937**: Konrad Zuse (1910–1995) beginnt 1934 mit der Planung einer programmgesteuerten Rechenmaschine auf Basis des Dualsystems, die 1934 als mechanische Anlage *Z1* fertiggestellt wird.

• **1937**: Alan Turing schlägt ein Modell für einen Universalrechner vor: die Turingmaschine.

• **1941**: Die elektro-mechanische Anlage *Z3* von Zuse in Relais-Technik wird fertiggestellt. Dieser erste funktionsfähige Digitalrechner weltweit besteht aus 2000 Relais mit einem Speicher von 64 Worten zu je 22 Bit. Die Programmierung erfolgt via Lochstreifen.

• **1944**: Howard H. Aiken (1900–1973) baut mit der Harvard University und *IBM* die teilweise programmgesteuerte Rechenanlage *MARK I*. Multiplikationen benötigen ca. 6 Sekunden.

• **1945**: John von Neumann (1903–1957) stellt an der Universität Princeton das Konzept der Architektur eines Universalrechners mit gemeinsamem Speicher für Programme und Daten vor.

• **1946**: J.P. Eckert und J.W. Mauchly stellen die *ENIAC* fertig (*Electronic Numerical Integrator and Automatic Calculator*), den ersten rein elektronischen Rechner mit ca. 18000 Elektronenröhren. Multiplikationen dauern ca. 3ms.

• **1947**: William Shockley erfindet den Transistor (Physik-Nobelpreis 1956).

• **1954**: *Bell Laboratories* präsentieren den *TRADIC* (*Transistorized Airborne Digital Computer*), den weltweit ersten Rechner auf Grundlage von Halbleitern (684 Transistoren, ~10.000 Dioden). 1 Million logische Operationen benötigen 1 Sekunde Rechenzeit.

• **1956-1958**: Heinz Zemanek (1920-2014) baut auf der TU-Wien das *Mailüfterl*, den ersten volltransistorisierter Rechner in Kontinentaleuropa (3000 Transistoren und 5000 Dioden).

• **1957**: Die Programmiersprache *Fortran* wird von John Backus vorgestellt.

• **1958/59**: *Texas Instruments* entwickelt den ersten integrierten Schaltkreis.

• **1960**: *ALGOL-60*, die erste Programmiersprache mit Blockstruktur und Rekursion wird vorgestellt.

• **1965**: Die erste Rechner-Maus wird von Doug Engelbart entwickelt.

• **1969**: Das *ArpaNet* verbindet 4 Rechner in den USA. Es ist der Vorläufer des Internet.

• **1971**: Der *Intel 4004* ist der erste kommerzielle Mikroprozessor (2100 Transistoren, 4-Bit-Daten).

• **1972**: Kernighan und Ritchie entwickeln die Programmiersprache *C*.
Der erste 8-Bit Mikroprozessor, der *Intel 8008*, wird vorgestellt.

• **1973**: Goldberg, Kay u.a. entwickeln *Smalltalk*, die erste vollständig objektorientierte Programmiersprache.

• **1974**: Der erste Arbeitsplatzrechner mit Rasterbildschirm und grafischer Benutzerschnittstelle, der *Xerox Alto*, erscheint.

• **1975**: Der erste PC namens *Altair* ist als Bausatz für 397 $ erhältlich. Die Programmierung erfolgt durch Schalter an der Vorderseite, die Ergebnisse werden durch Dioden angezeigt.

• **1977**: Beginn der PC-Ära mit dem *Apple II*.

• **1980**: *Motorola* entwickelt den ersten 32-Bit Mikroprozessor - *MC 68000*.

• **1981**: *IBM* stellt den ersten PC her.
Osborne Computer Corporation verkauft den ersten tragbaren Laptop *Osborne 1* (12 kg) um ~1500 *$*.

• **1984**: *Apple* stellt den *Apple Macintosh* vor.

• **1985**: *Intel* präsentiert den 32-Bit Mikroprozessor *i80386*.

• **1986**: *Commodore* stellt den *Commodore Amiga* vor.

• **1990**: Der WWW-Browser *Mosaic* erleichtert das Navigieren im Internet; der Boom des Internet beginnt.

• **1991**: *Sun* entwickelt die Programmiersprache *Oak*, das spätere *Java*.

3. Zusammenfassung der Entwicklungen von Rechnern, Vernetzung und Prohrammiersprachen

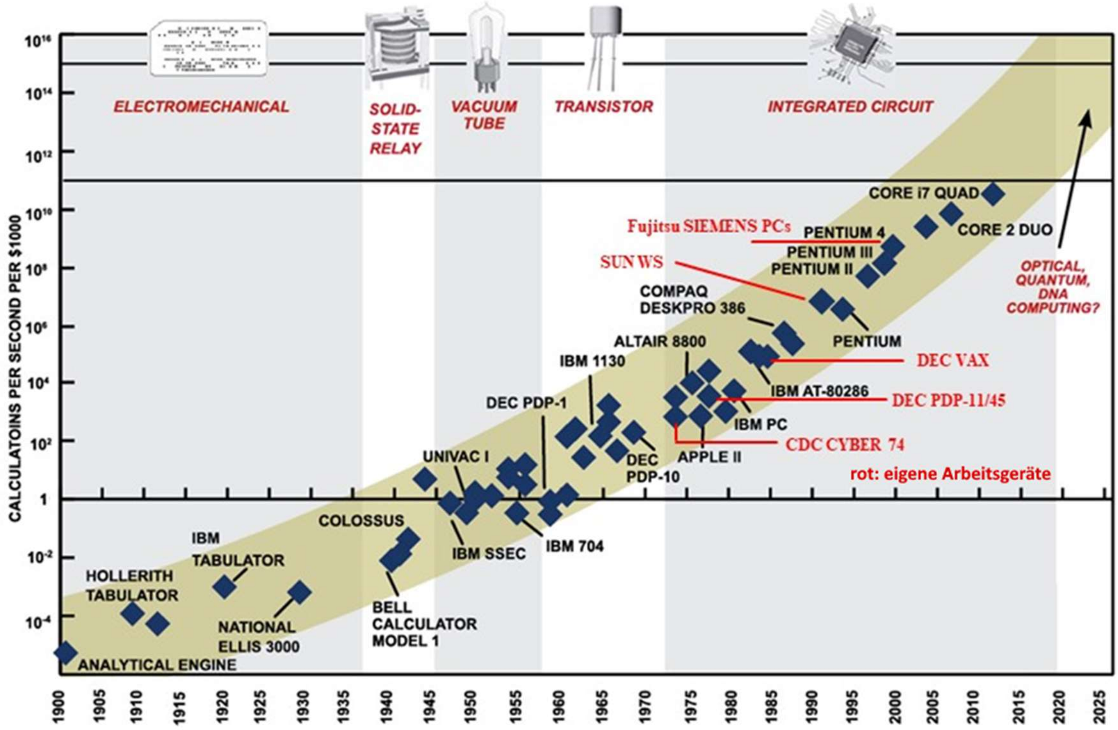


Abb. 2: Meilensteine der Rechner-Entwicklungen

Quellen: *Kurzweil, Ray: The Singularity is Near: When Humans Transcend Biology,* Viking Press Inc, 2024, adaptiert mit Eigenbeschriftung und Bildern aus Wikipedia, Internet - public domain

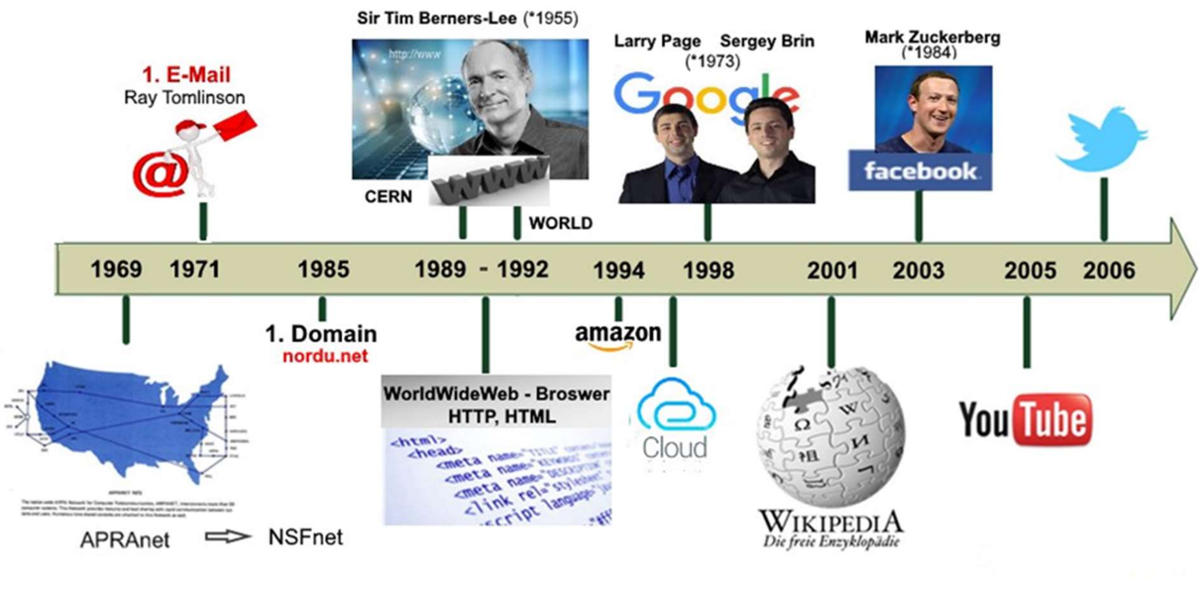


Abb. 3: Meilensteine der Vernetzung

Quellen: VS Breitenlee, Wien II, Internet: Workshop Technische Grundlagen des Internets, adaptiert mit Eigenbeschriftung und Bildern aus Wikipedia, Internet - public domain

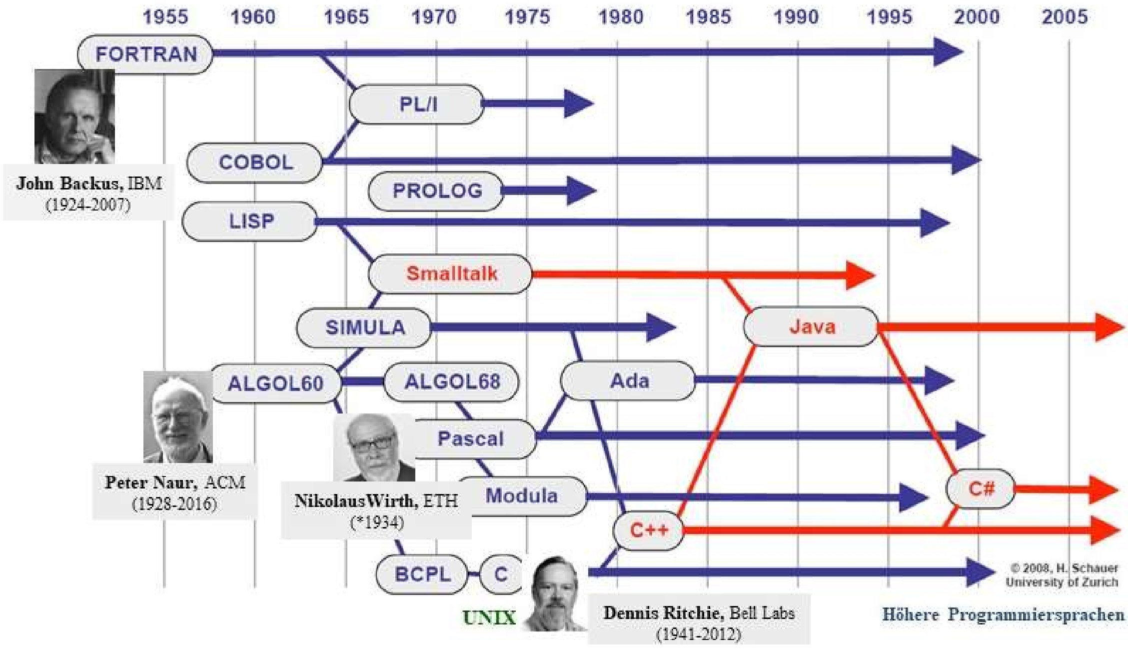


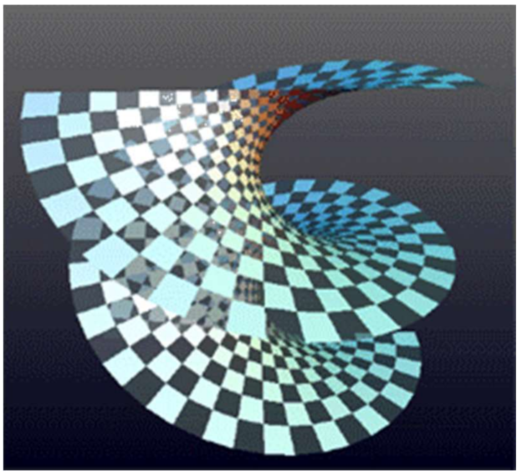
Abb. 4: Evolution der Programmiersprachen
Quellen: Schauer, Helmut: Informatik im Wandel der Zeiten, educational engineering lab, 2008, Universität Zürich, Internet, adapt. mit Eigenbeschriftung und Bildern aus Wikipedia, Internet – public domain

4. Ausblicke – wohin geht die Reise?

- Ubiquitäres Computing *(„Informatik ist immer und überall“)*
- Smarte (lernende) und Internet der Dinge, Cloud-Computing, vollautomatisierte Fabriken
- Selbstfahrende Autos, Roboter in Haushalt, Pflege und Gesundheit
- Mikro-Implantate, Wearables, Realzeit-Dolmetscher, virtuelle Realitäten
- Molekular-, DNA- und Quanten-Computer ?

Literatur

Kutrib, Martin: Grundlagen der Informatik I, WS 2010/2011, Vorlesungs-Skript, Internet, Justus-Liebig-Universität Giessen



IV. Die Vermessung der Welt und alles andere *(DI. Daniel HEROLD)*

0. Kurzfassung

Als Carl Friedrich Gauß den Auftrag bekam, die Welt zu vermessen, erkannte er schnell: da steckt viel mehr dahinter als bloß Längen abzumessen. Bis heute bildet die damals begründete Differentialgeometrie eine fixe Grundlage für viele Anwendungen aus Geodäsie, Architektur und 3D-Modellierung. Neben modernen Computeranwendungen und spannenden Beispielen, darf auch ein kurzer Blick auf das „theorema egregium" nicht fehlen – ein Satz von Gauß, den er selbst so bedeutsam fand, dass er ihn ganz bescheiden „hervorragender Lehrsatz" nannte.

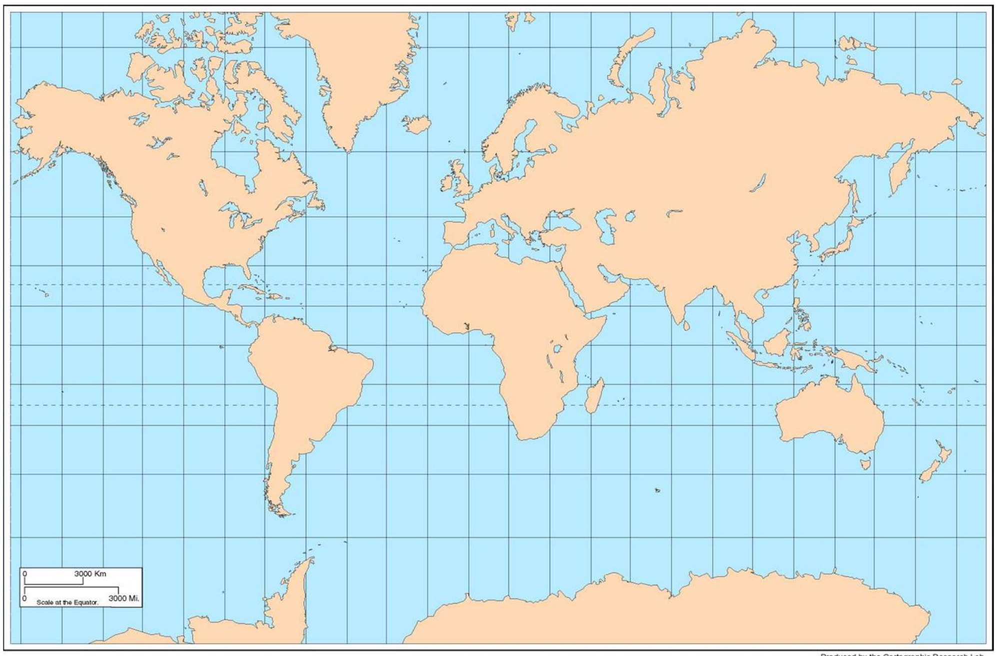
1. Grundlagen der Differentialgeometrie

Der Begriff „Differentialgeometrie" leitet sich aus den Worten „differentia" - „Differenz" und „Γεωμετρία" – „geometria" – „Erdmessung" ab. Das Wort selbst beschreibt deutlich den Ursprung dieser Wissenschaft. Carl Friedrich Gauß, der für viele Anwendungen und Grundlagen in der Mathematik bekannt ist, stellte im Zuge seiner Untersuchungen der Erdoberfläche und Vermessung von Land mathematische Überlegungen an um diese Messungen auch quantifizieren zu können. Bei seinen Berechnungen stellte er beispielsweise fest, dass die Winkelsumme von Dreiecken auf kugelförmigen Oberflächen nicht exakt 180 Grad ergibt. Außerdem hat er die Grundlage geschaffen um Kartenprojektionen von der dreidimensionalen Erdoberfläche auf ebene Landkarten mit winkel- bzw längentreuen Methoden sicherzustellen. Dafür benutze und entwickelte er Verfahren, die heute in der Analysis als Grundlage der Mathematik angesehen werden und erweiterte sie um Kurven und Flächen im dreidimensionalen Raum untersuchen zu können.

Eine Grundlage dafür stellt die Parametrisierung der Kurven und Flächen dar. Eine Funktion stellt so eine Flächenparametrisierung dar und erlaubt die

Untersuchung von Eigenschaften der Fläche. Diese können in der modernen Differentialgeometrie beschrieben werden durch Tangentialvektoren als partielle Ableitungen der Parametrisierung) und ihrer Skalarprodukte, welche man als „erste Fundamentalform“ bezeichnet.
Die heute meist verwendete „Mercatorprojektion“ von Landkarten ist ein Beispiel einer solchen Parametrisierung bei der winkeltreue („Konformität“) aber keine Längentreue (nicht „isometrisch“) gegeben ist.

MERCATOR PROJECTION OF THE WORLD



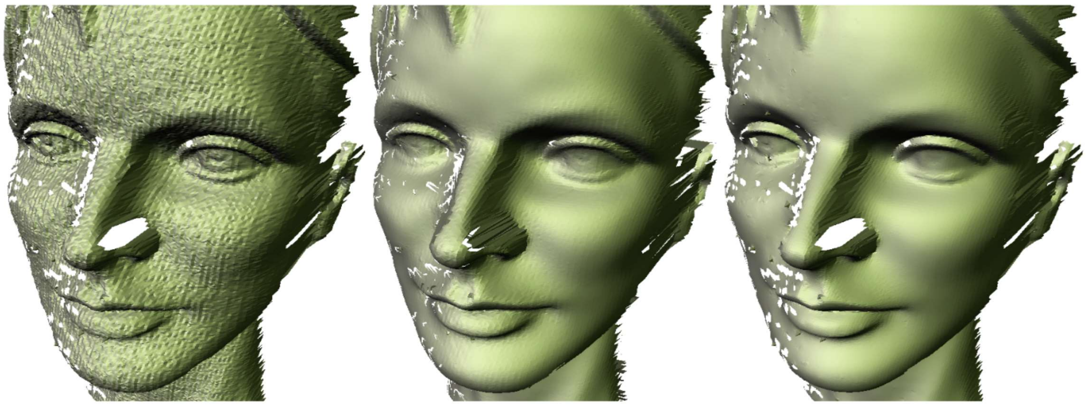
Produced by the Cartographic Research Lab
University of Alabama

Abb. 1: Mercatorprojektion, Alabama maps

Weiters können mit der Parametrisierung Krümmungen auf der Fläche betrachtet und berechnet werden. Diese sind höhere Ableitungen der Parametrisierung, welche in geometrische Relation gesetzt werden. Daraus ergeben sich Hauptkrümmungsrichtungen und dazupassende Hauptkrümmungen, die die minimale und maximale Krümmung an einem Punkt auf der Fläche angeben.
Bildet man nun das Produkt der beiden Hauptkrümmungen erhält man die sogenannte „Gaußkrümmung“. Der von Carl Friedrich Gauß aufgestellte und bewiesene Satz, das „theorema egregium“ lautet nun: Diese Gaußkrümmung ist unter jeder isometrischen Veränderung (eine Veränderung bei der Längen und Winkel erhalten bleiben) kontant.

2. Moderne Anwendung

Mittels numerischer Methoden können Flächen am Computer als stückweise planare Elemente angenähert werden, zumeist kleine Dreiecke. Diese „Diskretisierung“ erlaubt eine diskrete Definition von Krümmung, die sich als Werte an den Kanten und Knoten der Elemente ergeben. Diese Diskretisierung der Differentialgeometrie erlaubt es nun die Objekte auf geometrische Eigenschaften zu untersuchen und diese nach Bedarf zu verbessern. In folgendem Bild wird eine Fläche durch iterative Prozesse geglättet.



Flächen mit einer möglichst geringen „Mittleren Krümmung“
bezeichnet man als „Minimalfächen“. In der Natur treten solche Flächen als Ergebnis von Oberflächenspannung auf, wie beispielsweise die Haut einer Seifenblase.

Ausgehend von einer nicht minimalen Fläche ist es nun möglich alleine über die diskrete Krümmung eine iterative Minimierung der Fehlerfunktion durchzuführen und so eine Minimalfläche unter fixen Randbedingungen abzuleiten.
Die Farben in der Graphik stellen dabei die Größe der Krümmung in den einzelnen Punkten dar, von gering (grün) bis hoch (rot). Die fixen Randbedingungen erlauben dabei keine optimale Lösung, da an dieser Stelle die Knoten nicht frei gewählt werden können. Der numerische

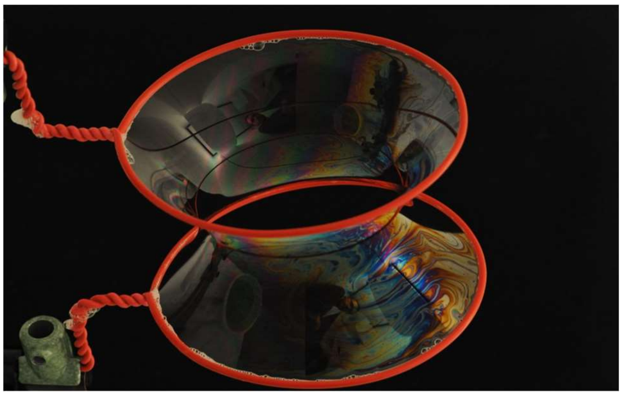
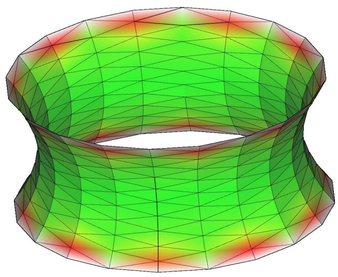
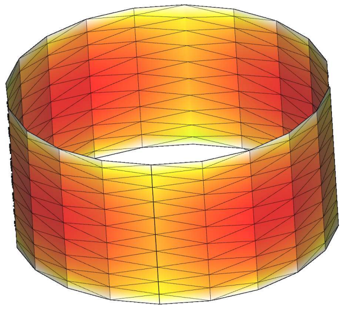


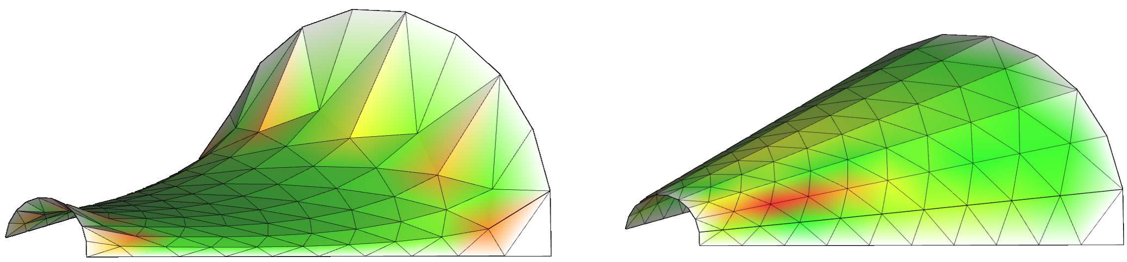
Abb. 3: Minimalfläche



Algorithmus nähert sich bei dem Verfahren in jedem Iterationsschritt einer stationären (lokal) optimalen Lösung an.



Flächen, bei denen die Gaußkrümmung (das Produkt der Hauptkrümmungen) gleich 0 ist, nennt man „Abwickelbare Flächen“. Mit den gleichen Methoden lässt sich, ausgehend von einer nicht abwickelbaren Fläche, ebenfalls eine diskrete abwickelbare Fläche erzeugen.



Literatur und Quellen

Manfredo P. do Carmo. „Differential geometry of curves and surfaces.“ Prentice-Hall, Inc., 1976.

B. Harmann. „Curvature Approximation for Triangulated Surfaces“. Geometric Modelling. Computing Supplementum. Ed. by G. Farin et al. Vol. 8. Springer.

Daniel Herold. „A numerical method for calculating discrete surfaces under contraints“, Masterarbeit TU Wien, 2019

237 ⓪ 5 ① 7 ② 8 ③,

V. Wie das Dezimalsystem nach Europa kam *(DI. Dr. Markus FAUSTMANN)*

0. Kurzfassung

Mit dem Dezimalsystem zu rechnen, lernen wir in sehr frühem Alter und es ist für uns heute ganz einfach und selbstverständlich. Historisch jedoch hatte das Dezimalsystem als Stellenwertsystem mit Basis 10 und indisch-arabischen Ziffern einen weiten Weg hinter sich, bis es in Europa die unhandlichen römischen Zahlen abgelöst hatte. In diesem Vortrag folgen wir in einer mathematische Zeitreise den Anfängen des Rechnens in verschiedenen Systemen bis hin zu den Ursprüngen unseres Dezimalsystems in Indien und dessen Verbreitung zunächst in Arabien und später in unseren Breitengraden.

1. Das Dezimalsystem

In seinem Werk *„Was sind und was sollen die Zahlen?”,* der ersten exakten axiomatischen Einführung der natürlichen Zahlen, schrieb der deutsche Mathematiker Richard Dedekind (1831-1916):

„Die Zahlen sind freie Schöpfungen des menschlichen Geistes, sie dienen als ein Mittel um die Verschiedenheit der Dinge leichter und schärfer aufzufassen.“

Die axiomatische Beschreibung von Dedekind und nachfolgend Peano (die wir heute als Peano Axiome kennen) stellen die Zahlen auf ein solides mathematisches Grundgerüst und beantworten die Fragen im Titel von Dedekinds Arbeit. In diesem Vortrag gehen wir einen Schritt weiter zurück und betrachten woher unser gängiges Zahlensystem, das Dezimalsystem mit den wohl bekannten Ziffern, kommt.

Als Zahlsystem versteht die Mathematik syntaktische Regeln zur Darstellung von Zahlen als Folge von Ziffern, auch Basiszeichen oder Zahlzeichen genannt. Primär wird hierbei zwischen Positionssystemen, wie unserem Dezimalsystem, bei denen der Wert einer Ziffer durch die Stelle an der sie steht bestimmt wird, und Additionssystemen, wie dem römischen Zahlsystem, wobei die Zahl die Addition der hintereinander geschriebenen Ziffernwerte ist. Der große Vorteil unseres Dezimalsystems im Vergleich zu dem römischen Additionssystems ist, dass für die Darstellung beliebig großer Zahlen nur 10 Zahlzeichen benötigt werden. Folgendes Beispiel zeigt den Unterschied zwischen beiden Systemen:

$$2504 = 2 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 4 \cdot 1$$
$$LXVII = 50 + 10 + 5 + 1 + 1$$

Abgesehen von dem Dezimalsystem gibt es Stellenwertsysteme mit beliebiger Basis b, wobei sich dann eine Zahl mit Ziffern z_i schreiben lässt als

$$z = \pm \sum_{i=-m}^{n} z_i b^i$$

Weit verbreitet in der Informationstechnologie sind auch Basen b=2 (Binärsystem) und b=16 (Hexadezimalsystem).

2. Frühes Zählen

Dedekind schreibt in obigem Zitat, dass Zahlen ein Mittel sind um Verschiedenheit aufzufassen, aber eigentlich steckt der Ursprung der Zahlen in der Fähigkeit des Menschen gleiche Objekte zu erkennen.

Abb. 2: Ishango-Knochen und dessen Einkerbungen
(Quelle:Wikipedia)

Der hier abgebildete Ishango-Knochen ist etwa 20000 Jahre alt und wurde 1950 in DR Kongo gefunden. Wofür der Knochen verwendet wurde, ist nicht ganz klar, eventuell sind Ursprünge des Duodezimalsystems (Basis 12) zu erkennen, aber jedenfalls sind die Einkerbungen klar als Zahlen zu interpretieren.

Für komplexere Probleme und später für den Handel war das Einkerben von gleichen Dingen bald zu unpraktisch und somit wurden im Laufe der Entwicklung der Menschheit bessere Zahlsysteme eingeführt. Historisch lassen sich 4 originale Stellenwertsysteme einteilen: jene der Maya, Chinesen, Mesopotamier und Inder, wobei wir speziell an den letzten beiden interessiert sind.

Die Anfänge der Stellenwertsysteme finden sich in Mesopotamien, die Sumerer verwendeten etwa 3300 v.Chr. ein Zahlsystem mit Basis 60 in Keilschrift, das allerdings noch ein Additionssystem war. Im Neusumerischen Reich entwickelt sich dann gegen 2000 v.Chr. das sexagesimale Stellenwertsystem (Basis 60) als erstes Positionssystem und wurde von den Babyloniern übernommen und modifiziert. Bemerkenswert ist, dass nicht jede Ziffer ein eigenes Zeichen hat, sondern die Ziffern als Dezimalzahlen kodiert sind. Das babylonische System beinhaltet zwei Basiszeichen, den Keil für 1 und den Winkelhaken für 10. Damit wurde jede Ziffer von 1-59 dezimal dargestellt. Null gab es keine, eine unbenützte Stelle im Positionssystem wurde mit einem deutlichen Abstand gekennzeichnet, was zu Missverständnissen führen konnte, wie das nachfolgende Beispiel zeigt.

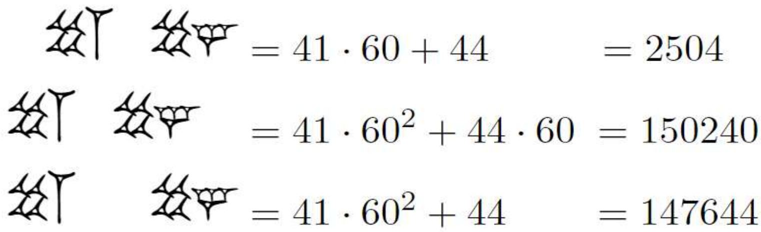


Abb. 3: Das babylonische Zahlsystem

Warum die Mesopotamier eine derartig große Basis für ihr Zahlsystem gewählt haben ist unklar. Allerdings bietet das 60er System einige praktische Vorteile. Konkret ist 60 das kleineste gemeinsame Vielfache von 1,2,3,4,5,6 und hat gesamt 10 nichttriviale Teiler. Dadurch lassen sich viele Brüche exakt darstellen, was auch wir heute noch in der Zeitmessung ausnützen: ¼ Stunde = 15 Minuten.

Ein Nachteil der großen Basis ist jedoch, dass man große Zahltafeln für elementare Arithmetik, Quadratwurzeln und Ähnliches benötigt hat. Mit dem Niedergang des Babylonischen Reiches gingen leider auch viele Errungenschaften der babylonischen Mathematik wie deren Positionssystem in Vergessenheit.

3. Griechische und römische Zahlsysteme

Die antike griechische Gesellschaft begünstigte eine Atmosphäre des wissenschaftlichen Denkens, von dem auch die griechische Mathematik stark profitierte. Viele Erkenntnisse der Griechen, beispielsweise in der Geometrie, man denke an Thales von Milet, die Pythagoräer, Euklid bis hin zu Archimedes, waren bahnbrechend. Betrachtet man allerdings das Zahlensystem der antiken Griechen, so ist dieses ein Rückschritt vom System der Babylonier. Die Griechen verwendeten zwar ein Dezimalsystem, das aber kein Stellenwertsystem war. Carl Friedrich Gauß schreibt hierzu über das Dezimalsystem und Archimedes, den er sehr bewundert hat:

Wie konnte er das übersehen, auf welcher Höhe würde sich jetzt die Wissenschaft befinden, wenn Archimedes jene Entdeckung gemacht hätte.

Die Griechen hatten primär zwei Zahlensysteme, das ältere attische System und das jüngere milesische System, das sich im byzantinischen Kulturkreis bis in das 14. Jahrhundert nach Christus hielt.
Das attische System diente primär zur Festlegung von Geld und Warenmengen sowie zur Bezeichnung der Spalten am Abakus und war zum Rechnen denkbar ungeeignet. Es ist ein Dezimalsystem überlagert mit einem Fünfersystem. Im milesischen System haben die 27 Buchstaben des Alphabets einen Zahlenwert für die Zahlen 1-9, 10, 20,…, 90, 100, 200,…, 900. Für Tausender wurden wieder die Buchstaben für 1-9 mit einem Strich davor verwendet. Die Bezeichnung höherer Zehnerpotenzen war nicht einheitlich.

Nach dem Niedergang der griechischen Gesellschaft als vorherrschende Kraft in Europa begann ein dunkles Zeitalter der Mathematik in Europa. Das römische Reich hatte viele Errungenschaften wie Straßen und Bewässerungen hervorgebracht, doch böse Zungen behaupten, dass der einzige Beitrag der Römer zur Geschichte der Mathematik die Ermordung Archimedes sei. Auch wenn dies überspitzt formuliert ist, lässt sich nicht leugnen, dass die römische Mathematik wohl auch bedingt durch das unhandliche römische Zahlsystem stagnierte.

Das römische Zahlsystem war ein Additionssystem mit Symbolen für 1,5,10,50,100,500,1000,5000 und 10000 und eine Zahl wurde additiv durch hintereinander Reihung von diesen Ziffern gebildet, wobei diese von groß nach klein notiert wurden und nicht mehr als viermal das gleiche Zeichen verwendet wird. Richtig unhandlich wurde das Rechnen mit den römischen Zahlen dann durch eine Neuerung aus dem Mittelalter, nämlich der subtraktiven Schreibweise. Um die Zahlen kürzer zu machen und Verwechslungen zu reduzieren, werden nur drei gleiche Zeichen hintereinander erlaubt, und statt IIII schreibt man IV also 5 - 1.

Ein weiterer Nachteil der römischen Zahlen oder auch jedes Additionssystems ist, dass die Anzahl der Ziffern zum Schreiben einer Zahl linear mit dem Anstieg der Zahl wächst, bei einem Stellenwertsystem allerdings nur logarithmisch. Man braucht also viel weniger Ziffern für das Darstellen von großen Zahlen!

4. Die indisch-arabischen Zahlen

Wie bereits erwähnt stammt eines der originalen Positionssysteme aus Indien. Etwa im 3. Jahrhundert vor Christus wurde im altindischen Maurya Reich ein Zahlensystem mit Basis 10 mit den so genannten Brahmi Ziffern, also ein Dezimalsystem wie das unsere verwendet. Das System war noch kein Positionssystem, es gab extra Zeichen für Zehner und Hunderter, aber es ist die Grundlage für unsere heutigen Ziffern.

Für die Ausbildung des Stellenwertsystems dauerte es noch mehrere hundert Jahre. Jedoch gilt als sicher, dass indische Mathematiker auf das Sexagesimalsystem der Mesopotamier gestoßen waren und dieses auf ihr 10er System umgelegt haben, das sich spätestens im 7. Jahrhundert nach Christus durchgesetzt hatte. Zu dieser Zeit erfanden die Inder auch eine wichtige Innovation im Zahlensystem, die Null, oder genauer ein Ziffernzeichen für die Null sowie die Arithmetik mit Null.
Hierbei sei der indische Astronom und Mathematiker Brahmagupta (598-665) und seine Arbeit „*Brahmasphutasiddhanta*“ erwähnt. In diesem Werk verwendet er die Null als vollwertige Zahl und stellte Regeln für die Arithmetik mit Null auf, die auch heute großteils gültig sind. Einzig die Division durch 0 ließ er ebenfalls zu, was heute undefiniert ist.

Die Inder nannten die Null „*sunya*”, was Leere, Nichts, Einöde, Nichtvorhandensein bedeutet. Die Araber übersetzten das mit „*sifr*”, was mittellateinisch zu „*cifra*“ wurde, woraus sich das englische Wort „*zero*“ abgeleitet hat. Wegen der künstlich anmutenden Schreibweise der indischen Ziffern wurden diese auch „*figura*” genannt und die Null „*nulla figura*” (keine Figur), woraus sich das deutsche Wort „*Null*” herleitet.

Abb. 4: Bakshali Manuskript, Wikipedia – public domain

Man sieht in dem hier abgebildeten Bakshali Manuskript, geschrieben auf Birkenrinde, eine der ersten bestätigten Verwendungen der Null. Leider sind sich Radiokarbon Analysen nicht einig, wann das Manuskript zu datieren ist und schwanken zwischen 224-993 nach Christus.

Über Handelswege kamen muslimische Gelehrte im Mittelalter mit dem indischen Zahlsystem in Kontakt. Einer der berühmtesten Gelehrten der damaligen Zeit war Abu Dschaʿfar Muhammad ibn Musa al-Chwārizmī, der etwas zwischen 780-850 in Bagdad lebte und im dortigen Haus der Weisheit, einer Art Universität, lehrte. Um 825 n.Chr. verfasste er sein Buch über die Indische Zahlschrift, dessen Urfassung leider verlorengegangen ist, nur eine lateinische Übersetzung mit dem Titel „*De numero Indorum*" ist erhalten. In dieser Arbeit stellte Al-Chwarizmi das Rechnen im indischen Dezimalsystem vor und führte die Null ein und portierte das alles in die arabischen Ziffern, die wir heute auch verwenden.

5. Verbreitung in Europa

Bis im 16. Jahrhundert waren die römischen Zahlen in Europa weit verbreitet, da die Kulturträger Gelehrte waren, die Latein sprachen und schrieben und somit die römischen Zahlen verwendet haben.

Einer der ersten europäischen Gelehrten, der persönlich mit dem arabischen Dezimalsystem in Kontakt kam, und dieses in Europa etablieren wollte, war der Geistliche Gerbert von Aurillac (945-1003), der mit der Unterstützung seines Schülers Kaiser Otto III 999 zum Papst Silverster II gewählt wurde. Gerbert lernte in seiner Ausbildung von dem indisch-arabischen Zahlsystem und wendete sein Wissen auf den Abakus an. Damit konnte er für die damalige Zeit enorm schnell rechnen, „*schneller als man das Ergebnis in Worten sagen könnte*" sagten seine Zeitgenossen. Wegen seiner teuflischen Rechenkünste und Symbole wurde Gerbert angeblich sogar der Hexerei bezichtigt.

Einer der berühmtesten europäischen Mathematiker des Mittelalters, Leonardo von Pisa (1170-1240), auch Fibonacci genannt, lernte durch seine Handelsreisen in Nordafrika das indische Zahlsystem und Al-Chwarizmis Schriften kennen. Sein Werk „Liber Abbaci" beschreibt das indische Zahlsystem und war sehr einflussreich auf die weitere Entwicklung der Mathematik in Europa. Verbreitet durch Fibonacci begann das Ziffernrechnen im 13. Jahrhundert das vorherrschend Abakus Rechnen in Italien zu ersetzen.

Im deutschsprachigen Raum dauerte die Verbreitung des Dezimalsystems bis in das 16. Jahrhundert. Federführend war hierbei der deutsche Rechenmeister Adam Ries (1492-1559). Adam Ries verfasst drei berühmte, weit verbreitete Rechenbücher. Sein Ziel war Kindern rechnen zu lehren, damit diese größere Dinge begreifen. Das war im 16. Jahrhundert unüblich, nur angehende Kaufleute nahmen gegen Bezahlung Privatunterricht bei Rechenmeistern. Es sah es auch als sinnvoll an, Kindern zunächst nur das (einfache) Linienrechnen beizubringen, das auch kinderleicht ist. Sein zweites Rechenbuch mit dem Titel “*Rechnung auff der linihen vnnd federn*” erschien 1522 in Erfurt und war überaus erfolgreich mit über 120 Auflagen. In diesem Rechenbuch erklärt er sowohl das Rechnen mit dem Abakus („auf den Linien”) sowie das schriftliche Rechnen mit indisch-arabischen Ziffern (das mit „Federn” betrieben wurde). Er gilt als Vater des modernen Rechnens, da er mit seinen Rechenbüchern die indisch-arabischen Ziffern und das einfache Rechnen mit diesen für das gesamte Volk zugänglich machte.

Die vorletzte Station auf unserer mathematischen Zeitreise führt uns zum flämischen Mathematiker, Physiker und Ingenieur Simon Stevin (1548-1620). Sein wohl größtes Werk ist das Buch „*De Thiende*” („*Das Zehntel*”), dessen französische Übersetzung nur 7 Seiten hatte. In diesem Buch führte er Dezimalbrüche ein und schrieb

$$25{,}0419 = 25\,\textcircled{0}\,0\,\textcircled{1}\,4\,\textcircled{2}\,1\,\textcircled{3}\,9\,\textcircled{4}$$

Stevin schrieb also kleine Kreise um die Exponenten der Potenzen von einem Zehntel. Stevins Auffassung der Dezimalbrüche führt ihn auch dazu, natürliche Zahlen, negative, rationale und irrationale Zahlen als gleichberechtigte Objekte (Zahlen) zu betrachten, wofür er auch als einer der ersten Mathematiker mit der Ansicht gilt.

Der Schotte John Napier (1550-1617) war Zeitgenosse von Stevin und gilt als Erfinder des Logarithmus als Rechenhilfsmittel und seine Rechenstäbchen hatten einen bedeutenden Einfluss auf die Entwicklung der ersten Rechenmaschinen. Napier steht hier am Ende des Vortrages, weil er den letzten Schritt zu unserer heutigen Zahlennotation gemacht hat, er ersetzte Stevins eingekreiste Null zunächst durch das dezimale Komma und dann den dezimalen Punkt und verbreitete die jetzt gängige Notation.

6. Conclusio

Zusammenfassend kann man sehen, dass unser heutiges Dezimalsystem einen weiten Weg von Mesopotamien und Indien über Arabien zurückgelegt hat und sich erst gegen einige Widerstände durchsetzen musste. Ein schönes Abschlusszitat des Mathematikhistorikers Kar Menninger besagt

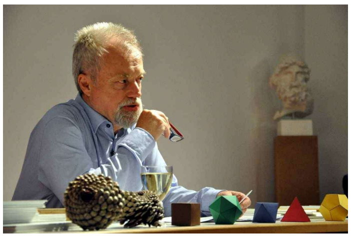
„*Wir sprechen Deutsch, wir schreiben römisch und wir rechnen indisch*“

und er möchte hiermit wohl darauf aufmerksam machen, wie wichtig der kulturelle Austausch und die Offenheit gegenüber Neuem für die Weiterentwicklung unserer Kultur und auch Mathematik ist.

Literatur

Ifrah, Georges: The universal history of numbers, John Wiley & Sons, New York, 2000.

Wussing, Hans: 6000 Jahre Mathematik : Eine kulturgeschichtliche Zeitreise, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2008.



VI. Musik, Mathematik, Harmonik – auch unter kreativem Aspekt *(Univ.Prof. i.R. Dr. phil. Werner SCHULZE)*

(Autor, Musiker, Komponist, Poet und Forscher. Bis 2014 war er Professor an der Universität für Musik und darstellende Kunst Wien (www.mdw.ac.at), wo er das *Internationale Harmonik Zentrum* begründet und geleitet hat.)

0. Kurzfassung
Die Seele des Tyrannen · Zahlen mit dem Ohr verstehen, Primzahlen hören · Einblick ins „Goldene Dreieck" Musik – Mathematik – Architektur · Platons harmonikale Kosmologie · Conrad Henfling (1648-1716) · Betrachtung einer Semmel · Calculus differentialis: Eine Oper über Mathematik · Über den Zusammenhang der Zahl 5040 mit dem DIN-Format.

Der Vortrag bot einige Kostproben davon, wieviel Mathematisches im Bereich der Harmonik steckt. Es waren eigene Forschungsergebnisse dabei (Platon, Leibniz) sowie (naturgemäß eigene) künstlerische Auseinandersetzungen zur Mathematik (Theater-Oper „Kalkül"). In vorliegender Kurz-Zusammenfassung kann nicht auf alles eingegangen werden.

1. Vorwort: Platon, Nomoi V 747 b:
„Für die Verwaltung des Hauswesens wie auch des Staates und für jede produktive Tätigkeit ist kein Unterrichtsgegenstand von so großer Bedeutung wie die Beschäftigung mit den Zahlen. Der größte Nutzen aber besteht darin, dass sie den von Natur schläfrigen und lernfaulen Menschen aufweckt und ihm Lust zum Lernen, ein gutes Gedächtnis und eine scharfe Auffassungsgabe verleiht, so dass er – entgegen seiner natürlichen Anlage – durch solch göttliche Kunst gute Fortschritte macht."

Einleitung: Die Themen des Vortrags entstammen dem Drei-Eck Musik / Mathematik / Harmonik. Naturgemäß gibt es hier drei Zweier-Beziehungen: 1. Musik – Mathematik (bez. der Grundlagen der Musik eine unauflösliche Ehe), 2. Mathematik – Harmonik (eine wechselseitig fruchtbare Beziehung), 3. Musik – Harmonik (ein weites Feld, entweder thematischer Natur – z.B. Paul

Hindemiths Oper über Johannes Kepler - oder Analogien der Grundlagen, z.B. Musik - Architektur, Musik - Puls/Atmung, Musik - Kristallographie).

Die Harmonik (ein auf Ptolemaios zurückgehender Begriff) befolgt ein transdisziplinäres Denken. Als Beispiel Villard de Honnecourts (Anfang 13. Jh.) Diagramm und daraus der Mathematik (Seiten-Teilung), Musik (Saiten-Teilung) und Architektur (Strecken-Teilung) übergreifende Teilungskanon:

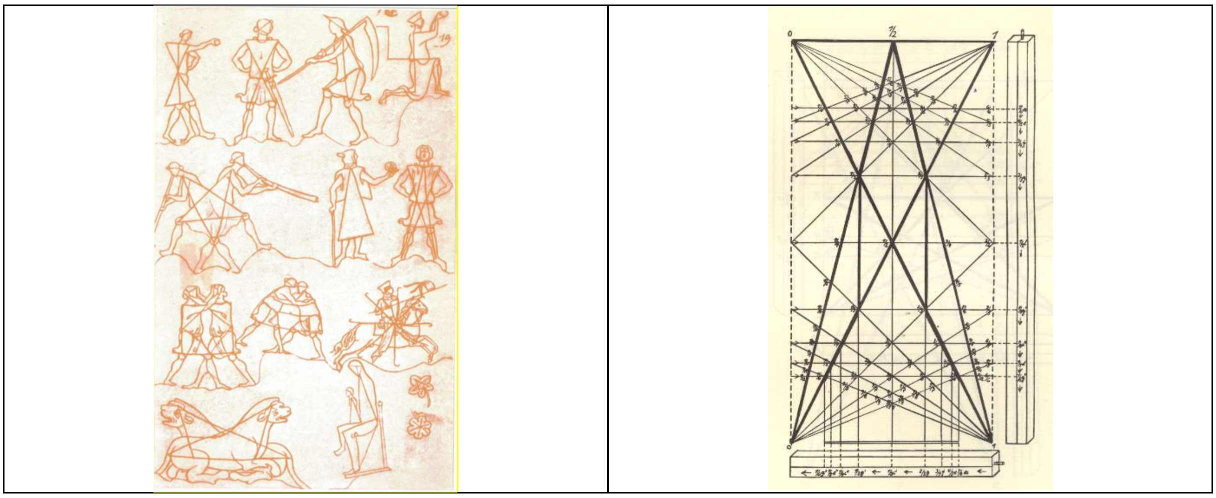


Abb. 1: Villard Teilungskanon, public domain

Der Zusammenhang von **Seiten- und Saiten-Teilung** geht auf die Pythagoreer des 6./5. Jh.s v.Chr. zurück. Vieles wird durch Platon überliefert beziehungsweise durch ihn leichter verstehbar. Als Vorübung, um die sogenannte „geometrisch-platonische Analogie“ zu verstehen, kann folgende Rätsel-Übung dienlich sein (ἀνὰ λόγον bedeutet „gemäß dem Verhältnis“):

1 : 2 ÷ 4 :	**ἀνὰ λόγον** 1 : 2
1 : 9 ÷ ... : 729	**ἀνὰ λόγον** ....
6 : 8 = ... : 12	**ἀνὰ λόγον** ....
27 : ..... ÷ 48 : 64	**ἀνὰ λόγον** ....
Großvater : Vater ÷ ich :	**ἀνὰ λόγον** ....
a^3 : a^2b ÷ ...... : b^3	**ἀνὰ λόγον** ....
Fisch : Flossen = Vogel :	**ἀνὰ λόγον** ....
Vater : Onkel = ich :	**ἀνὰ λόγον** ....
Oktave : Quinte = Oktave :	**ἀνὰ λόγον** ....
a^2 : ab = ab :	**ἀνὰ λόγον** ....
Sekunde : Minute = Minute :	**ἀνὰ λόγον** ....
Gutes : selten = Schlechtes :	**ἀνὰ λόγον** ....
(3:2) : (4:3) = (6:4) : (......)	**ἀνὰ λόγον** ....
(4:2) = (3:2) ·	
(3:2) · (4:3) = ...	

[Mensch : sterblich] · [Sokrates : Mensch] => [..... ....]

Der Zugang zu berühmten Gleichnissen Platons wird dadurch erleichtert.

LINIENGLEICHNIS:

Sichtbares			Denkbares	
-------------------			-------------------------	
ὁρατόν			νοητόν	
εἰκασία :	**πίστις**	(=)	**διάνοια :**	**νοῦς (νόησις)**
σκιαί (Schatten) εἰκόνες (Spiegelbilder)			σχήματα (Ggst. der Mathematik)	
	φυτευτόν (Pflanzen) ζῷα (Tiere) σκευαστόν (Geräte)			εἴδη (Ideen)

Etwas variiert im HÖHLENGLEICHNIS:

πίστις :	**δόξα**	(=)	**διάνοια :**	**νοῦς (νόησις)**
			=> ἀνάβασις / κατάβασις	

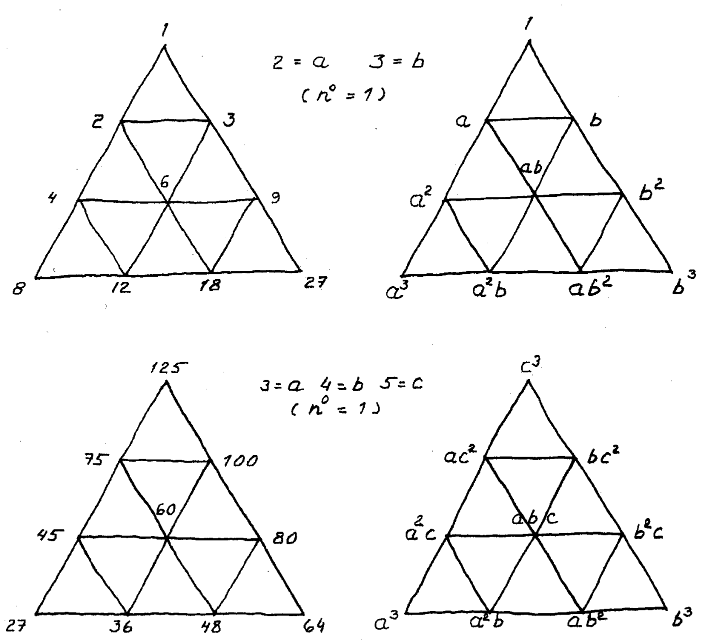


Abb. 2: Aulis Blomstedt: *Canon 60*, manuscript
Helena Sarjakoski: *Rationalismi ja Runollisuus. Aulis Blomstedt ja Suhteiden Taide,* Tampere 2003, p. 86

Der finnische Architekt Aulis Blomstedt (1906-1979) verwendet in seinen Entwürfen, ohne auf Platon Bezug zu nehmen, die von Schulze entwickelte platonische Analogie-Figur, so dass ein Analogie-Zusammenhang von der Architektur des Denkens bis zur Mathematik in der Architektur besteht.

$$x^3y^0z^0$$

$$: \qquad :$$

$$x^2yz^0 \quad : \quad x^2y^0z$$

$$\doteqdot \qquad\qquad \doteqdot$$

$$xy^2z^0 \quad : \quad xyz \quad : \quad xy^0z^2$$

$$: \qquad\qquad\qquad :$$

$$x^0y^3z^0 \quad : \quad x^0y^2z \quad \doteqdot \quad x^0yz^2 \quad : \quad x^0y^0z^3$$

Oberste Zeile: Einzelheit einer Zahl *(y - ἀριθμός)*
Zweite Zeile: Dualität der Proportion *(*y : z - *λόγος)*
Dritte Zeile: Dreiheit des geometrischen Mittels *(*y^2 : yz : z^2 - *μεσότης)*
4. Zeile: Quaternität der geometrischen Analogie Platons *(*$y^3 : y^2z \doteqdot yz^2 : z^3$ - *ἀναλογία)*

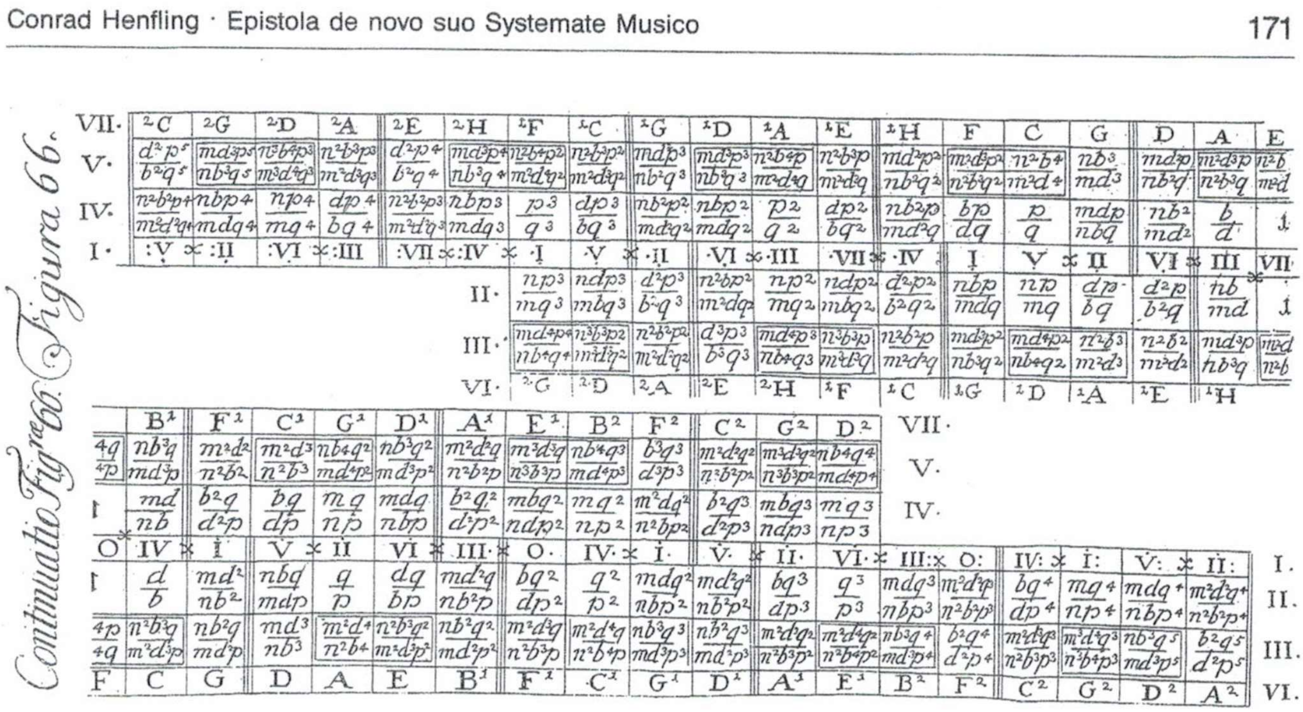
Diese geometrisch-platonische Analogie wurde an einigen Beispielen demonstriert.

Aus dem Themenfeld **Harmonisches und arithmetisches Mittel - Tetraktys - Schwur bei Pythagoras** wurde auf Raffaels (1483-1520) Gemälde „Die Schule von Athen“ hingewiesen, das Gemälde (auch die Fehler) analysiert und die Zahlen-Vierheit 6 / 8 // 9 / 12 am Monochord zu Gehör gebracht.

Abb. 3: Wikipedia, public domain

Aus dem Themenfeld **Fibonacci-Folge** wurde auf das von Conrad Henfling (1648-1716) und Gottfried Wilhelm Leibniz (1746-1716) auf den Primzahlen 2, 3 und 5 beruhende, bereits um 1706 entwickelte Tonnetz eingegangen, das neben der bekannten Folge 1, 1, 2, 3, 5, 8, … auch 2, 5, 7, 12, 19, 31, 50, 81, … enthält.

Die originale Abbildung und die von Schulze entschlüsselte Darstellung:



	zweideutig (col. 3)	eindeutig				zweideutig
Proportion	(col. 2)	96:125	64:125	256:375		
Tonname	(col. 6)	eis	his	fisis		
Intervall	(col. 1)	überm. Terz	überm. Septime	dopp. überm. Quarte		
cent		457,0	1158,9	660,9		
Proportion	18:25	24:25	16:25	64:75	128:225	
Tonname	fis	cis	gis	dis	ais	
Intervall	überm. Quarte	überm. Prime	überm. Quinte	überm. Sekunde	überm. Sexte	
cent	568,7	70,7	772,6	274,6	976,5	
Proportion	9:10	3:5	4:5	8:15	32:45	
Tonname	d	a	e	h	fis	
Intervall	gr. Sekunde	gr. Sexte	gr. Terz	gr. Septime	überm. Quarte	
cent	182,4	884,4	386,3	1088,3	590,2	
Proportion	9:16	3:4	1:1 / 1:2	2:3	8:9	16:27
Tonname	b	f	c	g	d	a
Intervall	kl. Septime	reine Quarte	Prime / Okt.	reine Quinte	gr. Sekunde	gr. Sexte
cent	996,1	498	0 / 1200	702	203,9	905,9
Proportion	45:64	15:16	5:8	5:6	5:9	
Tonname	ges	des	as	es	b	
Intervall	verm. Quinte	kl. Sekunde	kl. Sexte	kl. Terz	kl. Septime	
cent	609,8	111,7	813,7	315,6	1017,6	
Proportion		75:128	25:32	25:48	25:36	
Tonname		bes=heses	fes	ces	ges	
Intervall		verm. Septime	verm. Quarte	verm. Oktave	verm. Quinte	
cent		925,4	427,4	1129,3	631,3	
Proportion		375:512	125:128	125:192	125:144	
Tonname		geses	deses	asas	eses	
Intervall		dopp. verm. Quinte	verm. Sekunde	verm. Sexte	verm. Terz	
cent		539,1	41,1	743,0	245,0	

Abb. 4: Conrad Henfling

Analogie-Denken: Für den in der Harmonik Geschulten müssen die Zahlen nicht tatsächlich erklingen, er kann ihre Tonhöhen verstehen. Dazu ein Beispiel: Die Oktave ist durch das Verhältnis 1:2 bestimmt, folglich ist die Wurzel aus 2 deren Hälfte; der Harmoniker kennt 5:7 und weiß somit, dass die Werte nahe beisammen liegen. Ihm ist auch die aus der griechischen Antike stammende Proportionalität 6:8=9:12 vertraut, die er sowohl als Seiten- oder Saitenlängen verstehen kann wie auch als Flächen. Legt man die Flächen 6 (2x3), 8 (2x4), 9 (3x3) und 12 (3x4) als Parkett zusammen, erhält man ein Rechteck mit dem Seitenverhältnis 5:7, dem DIN-Format sehr nahe.

Erwähnt wurden auch die **Vollkommenen Zahlen** sowohl mit ihrem zahlenmäßigen Abstand wie auch mit ihrem Verhältnis zur nächstliegenden 2er-Potenz, verbunden mit einer Überlegung zur Größe des musikalischen Intervalls:

	διαστήματα	λόγοι
6 (<-> 8)	8 – 6 = 2	8 : 6 = 4 : 3 = 1,333..
$2^1 \times 3$ (<-> 2^3)	$2^3 - 2^1 \times (2^2-1) = 2^1$	*Quarte*
28 (<-> 32)	32 - 28 = 4	32 : 28 = 8 : 7 = 1,142..
$2^2 \times 7$ (<-> 2^5)	$2^5 - 2^2 \times (2^3-1) = 2^2$	*zu große große Sekunde*
496 (<-> 512)	512 - 496 = 16	512 : 496 = 32 : 31 = 1,032..
$2^4 \times 31$ (<-> 2^9)	$2^9 - 2^4 \times (2^5-1) = 2^4$	*Viertelton*
8.128 (<-> 8.192)	8.192 – 8.128 = 64	8.192 : 8.128 = 128 : 127 = 1,007..
$2^6 \times 127$ (<-> 2^{13})	$2^{13} - 2^6 \times (2^7-1) = 2^6$	*32tel-Ton = ca. 6 cent, als Unterschied zweier Töne noch wahrnehmbar*

	διάστημα
33.550.336 (<-> 33.554.432)	33.554.432 – 33.550.336 = 4.096
$2^{12} \times 8.191$ (<->2^{25})	$2^{25} - 2^{12} \times (2^{13}-1) = 2^{12}$
	λόγος
	33.554.432 : 33.550.336 = 8.192 : 8.191 = 1,000..
	als Unterschied zweier Töne nicht wahrnehmbar

Auch die **Primzahlen** durften nicht fehlen. Anstelle der üblichen mathematischen Darstellung wurden die Primzahlen an einem Demonstrations-Instrument, welches die eine Oktave (1:2) umfassende Proportionenfolge 6:7:8:9:10:11:12:13:14:15:16 enthält, zu Gehör gebracht. Die (emmelischen) Primzahlen 2, 3, 5 wurden vom Gehör akzeptiert, die (ekmelischen) Primzahlen 7, 11, 13 als verstörend abgelehnt. Die Grundlagen des antik-chinesischen (yin = 2 / yang = 3) und des pythagoreischen Tonsystems fußen auf den Primzahlen 2 und 3, das abendländisch-reintonale Tonsystem hingegen auf den Primzahlen 2, 3 und 5.

Auch die von Schulze durch die Harmonik angeregten **künstlerischen Kreationen** wurden erwähnt: Kristalltonleitern, Fibonacci-Haiku, sowie das Lambdoma-Labyrinth in Österreichs Künstlerstadt Gmünd/Kärnten:

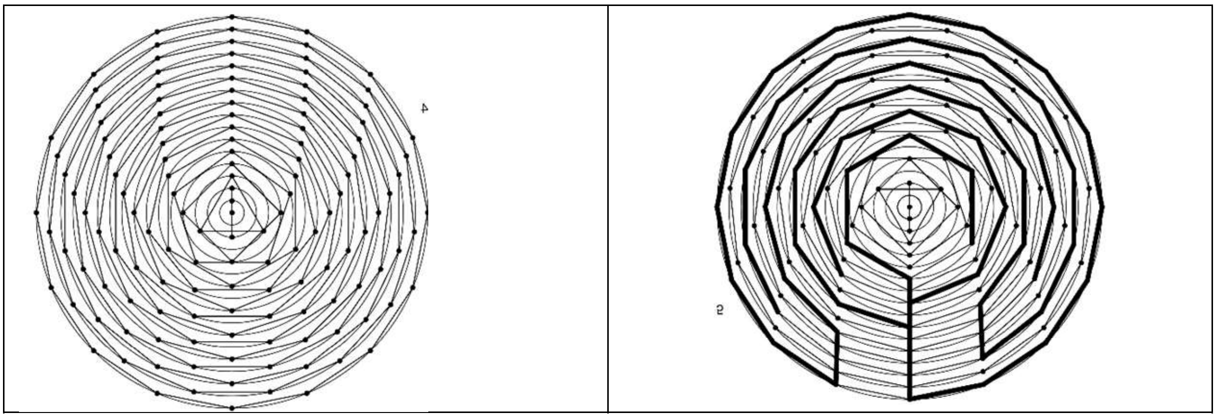


Abb. 5: Konstruktion Lambdona Labyrinth, Gmünd/Kärnten

Da es sich beim Vortrag im Ɛrlebnis-Mατhematik um den insgesamt 200. Vortrag des Autors handelte, wurde zum Schluss das Publikum mit der Aufgabe, den 200. Partialton der Obertonreihe zu bestimmen, konfrontiert. Antwort: Es handelt sich um ein 7 Oktaven + 2 große Terzen umfassendes Intervall, das am in Wiener Neustadt gebauten „Bösendorfer-Imperial“ sogar zum Erklingen gebracht werden kann.

VII. Mathematik in der Energiewirtschaft - Rückblick, Status, Ausblick (*Dr. Gerold PETRITSCH)*

0. Roter Faden

Der Vortrag näherte sich der Fragestellung in drei miteinander verwobenen Geschichten anhand meiner persönlichen Geschichte & Erfahrungen:

- Welche mathematischen Gebiete werden in der Energiewirtschaft und speziell in Elektrizitätsunternehmen verwendet und weiterentwickelt?
- Wie hat sich die Elektrizitätswirtschaft in der aktiven Zeit des Autors (1978 – 2020) verändert, was an den mathematischen Methoden? Was wird die Zukunft bringen?
- Wie hat dies ein angewandter Mathematiker erlebt und warum wurde ihm nicht langweilig dabei?

In dieser Kurzfassung wird auf genauere Erläuterung der mathematischen Methoden verzichtet, dafür gibt es Ergänzungen zu aktuellen Diskussionen.

1. Einstieg beim Verbund (1978-1980, 1984-86):

- 1978: Ferialpraxis in „Verbundgesellschaft“
- Aufgabe war die statistische Analyse der Wettereinflüsse auf den Stromverbrauch: „Brauchen wir Zwentendorf bei extremer Witterung?“
- Diplomarbeit 1979, Werksvertrag bis Februar 1980; Dissertation 1983-86

<u>Österr. Energiewirtschaft im Monopol (bis ca. 2000)</u>

2. Verstaatlichungsgesetz 1947 für Elektrizitätswirtschaft:

- Verbund(gesellschaft): Im-/Export, Transportnetz Koordinationsverträge Landesgesellschaften und Stadtwerken
- Sondergesellschaften: DOKW (Donau), TKW (Kaprun…), ÖDK (Draukraft)
- Landesgesellschaften / Stadtwerke: z.B. NEWAG, ESG Linz

- Öl- und Gaswirtschaft: NIOGAS 1954, ÖMV 1956, „Russenverträge“ ab 1968 (bis 2040) mit „Take or Pay“ Klausel, d.h. ohne Reduktionsmöglichkeit
- starker parteipolitischer Einfluss (Bund / Länder)

Statistische Analyse & Prognose mittels OLS (Multiple Lineare Regression)

- Punktwolke **y** der abhängigen Variable wird durch eine (Hyper-)Ebene angenähert
- minimiere die Summe der quadrierten „Residuen“ u
- erste Ableitungen nullsetzen => lineare Gleichungen
- Matrixschreibweise $y = X\,b + u \quad b=(X'X)^{-1}X'y$
- z.B. de.wikipedia.org/wiki/Methode_der_kleinsten_Quadrate

Beispiel: Analyse täglichen oder stündlichen Stromverbrauchs

Hypothese: Wettergrößen, Verbraucherverhalten und Arbeitszeiten

Modell erstellen: „linear“ $y = b_0 + b_1\,Temper + b_2\,Wind + \ldots + b_K\,X_K + u$

- *y = Stromverbrauch in einen Zeitintervall [MWh]*
- *K „unabhängige“ Variable*
- *b0 = Regressionskonstante*
- *Temper = (mittlere) Temperatur in diesem Zeitintervall [°C]*
- *b_1=Temp.einfluss [MWh/°C]*
- *„Knick“ = NICHT linear: <15° Heizung – neutral - Kühlung*

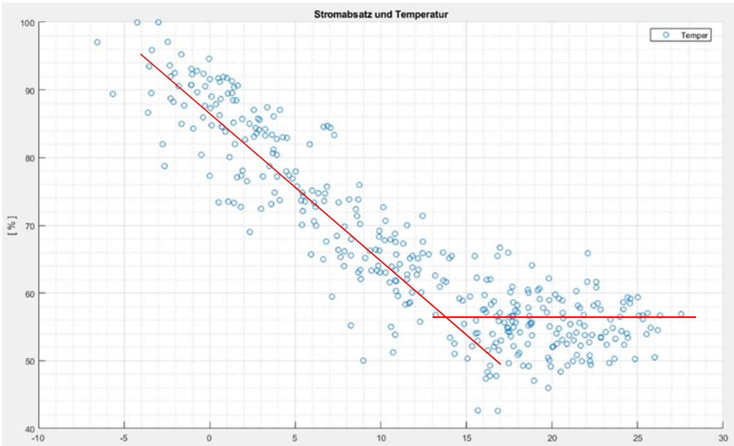


Abb. 1: rel. Stromverbrauch (%) auf Temperatur

2. 1981 - 1987: Siemens

- Optimierung des Einsatzes von Kraftwerken bei NEWAG (später EVN) mit Partnern aus Wien, Tirol, Steiermark, Oberösterreich
- Prognose & Optimierung für Kapstadt, weitere internationale Projekte

<u>Optimierung des Kraftwerkseinsatzes im Strommonopol</u>

- Ziel: prognostizierten Bedarf für nahe Zukunft in jedem Zeitintervall möglichst günstig decken
- regelbare (thermische, Wasser-) Kraftwerke + Beteiligungen:
- Thermisch: Kohle, Öl, Gas, Uran, teils Fernwärme ausgekoppelt
- Wasser: Laufkraft, Speicher, Pumpspeicher

- technische und kaufmännische Nebenbedingungen
- Verträge, z.B. in Ö „Koordinierungsvertrag“ mit Verbund(gesellschaft)

Optimierung – Klassifikation und Herausforderungen

- **Linear Programming** „LP“ mit Tausenden Variablen und Restriktionen durch rasante Entwicklung der mathem. Algorithmen rasch lösbar
- Komplikation / mehr Aufwand durch
    - Entscheidungsvariable (0/1) => **„MILP“** Mixed Integer LP
    - **Nichtlinearität** „NLP“**:** aus dem Wirkungsgrad von Kraftwerken
    - Stochastische Optimierung (höchst unsichere Mengen- und Preisprognosen!)

3. 1987 - 2021: EVN Ma. Enzersdorf (1999-2015 bei e&t + EAA)

- **Prognose** des mittelfristigen Absatzes (Tages/Monatsmengen) sowie der halbstündlichen Last
- Energiewirtschaftliche **Planung** bis 5 Jahre im Voraus
- **Optimierung** des täglichen Kraftwerks-Einsatzes
- Berechnung der Staumauerverformung zur Sperrenüberwachung Ottenstein (s. *Abbildung 2:*)
- etc.
- kompilierte Basic / Pascal Programme auf PC

Abb 2: Staumauer Ottenstein, Foto G. Petritsch

Liberalisierung der Energiemärkte ab 1998

- Vorbilder Skandinavien („Nordpool“), GB, einzelne Staaten in USA
- Vertrieb (Retail market) unter Konkurrenz: freie Wahl des Anbieters
- Produktion und internationaler (Groß-) Handel unter Konkurrenz
- Transport und (lokale) Verteilung reguliert: „Unbundling“

Liberalisierung der Energiemärkte: Handel

- Handel „OTC=Over The Counter“: komplizierte bilaterale Verträge => „Standardisierte“ Produkte (Broker)
- Handel an Börsen: u.a. EEX Frankfurt, EXAA Graz, EPEX Paris …
- Forwards (OTC) / Futures (Börsen): Verträge für Band- und Spitzenstrom für kommende Jahre, Quartale, Monate
- „Day ahead“ Spotmarkt, Intradaymarkt: (viertel-) stündliche Preise in Auktionen oder Fließhandel

„Marginal pricing“ versus „Pay as bid“ in Großhandel (Handel an Börsen)

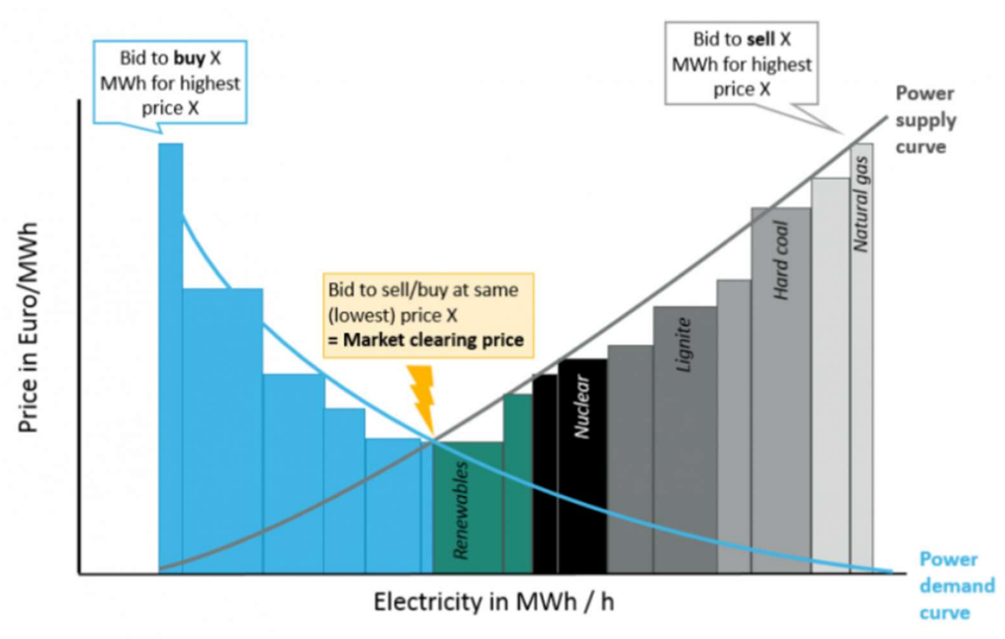


Abb. 3: https://www.cleanenergywire.org/factsheets/why-power-prices-turn-negative

- *Aufsteigende "Merit Order" der Erzeugungsgebote, absteigend für Kaufgebote; Schnittpunkt = Marginal Price oder Marktpreis*
- *In obiger Grafik brauchen KEINE fossilen Kraftwerke eingesetzt zu werden, nur Erneuerbare*
- *Je höher die Nachfrage, umso teurere Kraftwerke kommen zum Zug*
- *„**Marginal pricing**" führt in ausgereiften Märkten zu einem Optimum*
- *bei „**Pay as bid**" erhält / zahlt jeder Bieter den gebotenen Preis*
- *um wirtschaftlich zu fahren, wird der erzielbare Preis geschätzt und geboten – es wird also „gespielt", das führt meist zu höheren Gesamtkosten*

Anmerkung zu den Vertriebspreisen („retail market“):

Im Vertrieb könnte auch ein Durchschnittspreis kalkuliert werden, jedoch steht dem in entstaatlichten Versorgern das Shareholder-Interesse an einer Profitmaximierung entgegen.

Optimierung des Kraftwerkseinsatzes im liberalisierten Markt

- Kosten minimiert => DB I „Profit“ (Erlös – Kosten) maximiert
- Beispiel thermisches Kraftwerk: Marktpreise für Primärenergie und CO2
- Einsatz, wenn „Grenzkosten“ niedriger als (prognostizierter) „Marktpreis“
- „Limit order“ an Börsen für optimierbare Erzeugung oder Verträge
- „Market Order“ z.B. Laufkraftwerke; Speicherkraftwerke: „Wasserwert“

Mathematik im Liberalisierten Markt – weitere Themen

- PFC = Price Forward Curves: gehandelte Produkte (Futures) => Abschätzung für Preise (stündlich / täglich)
- Basis für Optimierung, Bewertungen, Simulation
- Risikomanagement: Preis- und Mengenrisken abschätzen und reduzieren
- Analyse / Optimierung von Ausgleichsenergie + Regelenergie-Angeboten

<u>Regelreserve-Märkte</u>

- Ausgleich bei MW-Mangel (z.B. Ausfall) oder Überschuss
- Primärregelung (PR): automatisch, im UCTE-Netz abgestimmt
- In Ö bis ca. 2007: Verbund Speicherkraftwerke für PR und Sekundärregelung SR verantwortlich
- Markt: Verpflichtung vor Reservehaltung über bestimmte Zeiten
    - Adaption der Regeln in internationaler Zusammenarbeit der „TSOs“

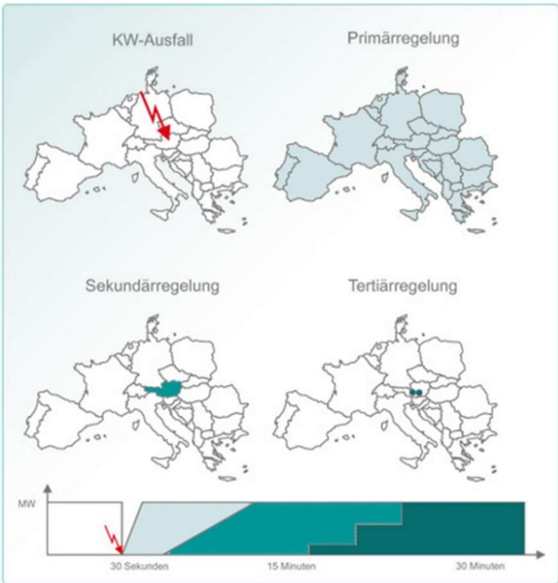
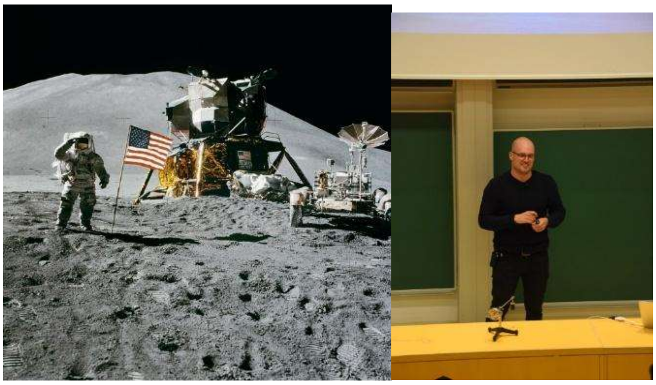


Abb. 4: https://www.e-control.at/marktteilnehmer/strom/strommarkt/regelreserve-und-ausgleichsenergie

<u>Trends und Ausblick</u>

- Klimaneutralität: „100% erneuerbare Erzeugung“ laut *Erneuerbaren-Ausbau-Gesetz (EAG)* bis 2030
- Komplette Autarkie versus bilanzielle („weiche“) Autarkie (über das Jahr)
- Dekarbonisierung => Speicher und / oder Stromautobahnen
- Höhere Bepreisung der Treibhausgas-Emissionen nötig!
- *smart grids* und Energiegemeinschaften („Prosumer“)
- Verstärkter Einsatz von „Artificial Intelligence“?!
- „Autotrader“: Schnelligkeit und Automatisierung geht vor Genauigkeit
- Marktkonzentration? Marktaufsicht & Regulatoren sind gefordert



VIII. Die Mathematik der Mondlandung *(Univ. Prof. DI. Dr. Michael FEISCHL)*

0. Kurzfassung
Am 21. Juli 1969 hat Neil Armstrong als erster Mensch den Mond betreten. Eine herausragende ingenieurwissenschaftliche Leistung. Zuvor bedurfte es aber einiger Antworten: Wie groß muss eine Mondrakete sein? Was ist der schnellste Weg zum Mond? Und wie kommt man wieder zurück? Dieser Vortrag gibt einen Einblick, wie uns die Mathematik zum Mond gebracht hat.

1. Ausgangspunkt
Am 25. Mai 1961 gab John F. Kennedy seine berühmte Rede an der Rice University in Houston, Texas: Die Nation solle sich zum Ziel setzen, zum Mond zu fliegen. Und zwar bevor das Jahrzehnt zu Ende geht. Nicht weil es leicht wäre, nein, gerade weil es ein unglaublich schwieriges Unterfangen sei. Über die genauen Hintergründe dieser Bestrebungen kann man nur spekulieren, da natürlich auch militärische Erwägungen eine Rolle gespielt haben mögen. Allerdings steht außer Frage, dass sich die besten WissenschaftlerInnen und die führenden Köpfe der USA zusammengetan haben, um ein augenscheinlich friedliches Ziel zu erreichen. Dies darf ohne Übertreibung als rares Ereignis bezeichnet werden.

Um das ambitionierte Ziel, welches von Kennedy formuliert wurde, zu erreichen, mussten zahlreiche technische und wissenschaftliche Fragen beantwortet werden. Drei dieser Fragen haben wir im Vortrag näher betrachtet.

2. Wie funktioniert eine Rakete?
Soviel war schon in den 1950er Jahren klar, nur mit ausgereifter Raketentechnologie bestand überhaupt eine Chance den Mond zu erreichen. Also entwickelte man die Saturn V Rakete. Die Saturn V war bis 2023 die größte und stärkste jemals gebaute Rakete. Erst kürzlich wurde sie vom "Starship" (SpaceX, bis jetzt noch kein erfolgreicher Start, Stand: August 2023) überholt. Die Saturn V (im Bild unten ist die Saturn V von Apollo 11 zu sehen) war ca. 110m hoch, hatte einen Durchmesser von 10m an der Basis und wog

vollgetankt annähernd drei Millionen Kilogramm.
Durch das enorme Startgewicht, hob die Rakete so langsam von der Startrampe ab, dass die Astronauten dies nicht einmal bemerkten und nur anhand ihrer Instrumente den Start feststellen konnten (natürlich vibrierte die Rakete ab der Zündung der Triebwerke sehr stark, sodass das eigentliche Abheben unterging).
Durch die schwarzen Markierungen sind grob die drei Stufen der Rakete unterteilt. An der Spitze erkennen wir das Kommandomodul (das eigentliche Raumschiff) und ganz oben den sogenannten Rettungsturm. Letzterer ist selbst eine Rakete und sollte das Raumschiff mit den Astronauten im Fall einer Startexplosion schnell in sichere Entfernung bringen. Hier werden nochmal die gewaltigen Ausmaße der Saturn V deutlich: Der Rettungsturm alleine hatte mehr Schubkraft als jene Rakete, die den ersten Amerikaner in den Weltraum brachte (John Glenn, Mercury-Atlas 6).
Entwickelte wurde die Saturn V unter der Leitung von Wernher v. Braun, ein Wissenschaftler, der unter dem Nationalsozialistischen Regime an der V2 (Vergeltungswaffe 2, das erste menschgemachte Objekt im Weltraum) gearbeitet hat. Ob v. Braun selbst ein überzeugter Nazi war ist umstritten. Fakt

Abb. 5: Saturn 5 (Quelle: Wikipedia)

ist jedoch, dass er wissentlich Zwangsarbeiter zum Bau der V2 eingesetzt und auch geopfert hat. Die V2 ist die einzige Kriegswaffe, deren Entwicklung mehr Menschenleben gekostet hat als ihr Einsatz.

Warum war nun so eine große Rakete notwendig? Um das zu verstehen, muss man sich verdeutlichen, dass Raketen nach dem Rückstoß Prinzip arbeiten. Wir stellen uns ein Raumschiff vor, das ein Kilo wiegt und zusätzlich ein Kilo

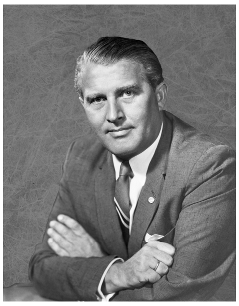


Abb. 6: Wernher von Braun (Quelle: Wikipedia)

Treibstoff mitführt. Dieser Treibstoff wird nun verbrannt (zur Explosion gebracht) und durch eine Düse mit der Geschwindigkeit $V_{Treibstoff}$ ausgestossen (bei üblichen Treibstoffen beträgt $V_{Treibstoff}$ ca. 2-3km/s). Nach dem bekannten Prinzip von "Actio est Reactio" beschleunigt dadurch das Raumschiff in die entgegengesetzte Richtung auch auf dieselbe Geschwindigkeit, also

$$V_{Treibstoff} = V_{Raumschiff}$$

Nun haben Raumschiffe ein Vielfaches ihrer Eigenmasse als Treibstoff mit. Nehmen wir an, unser Raumschiff mit einem Kilo Eigengewicht hat nun N Kilo Treibstoff dabei. Wenn nun das erste Kilo Treibstoff verbrennt und ausgestoßen wird, müssen natürlich das Raumschiff selbst, und die im Tank verbleibenden N - 1Kilo Treibstoff mitbeschleunigt werden. Daher gilt nun

$$\frac{V_{Treibstoff}}{N} = V_{Raumschif}$$

Verbrennt nun das nächste Kilo Treibstoff, so muss nur noch das Raumschiff selbst und N – 2 Kilo Treibstoff beschleunigt werden, also

$$\frac{V_{Treibstoff}}{N} + \frac{V_{Treibstoff}}{N-1} = V_{Raumschiff}$$

Setzt man diese Überlegung weiter fort, so erhält man

$$V_{Treibstoff}\left(\frac{1}{N} + \frac{1}{N-1} + \cdots + \frac{1}{2} + 1\right) = V_{Raumschiff}$$

Die Summe in der Klammer ist bekannt als „harmonische Summe“ und schon der Mathematiker Nikolaus von Oresme (14.Jhd.) erkannte, dass die Summe beliebig groß wird, wenn Ngenügend groß ist. Da in Wirklichkeit der Treibstoff natürlich nicht in ein Kilo Portionen verbrannt wird, ist die obige Rechnung nicht exakt. Korrigiert man diesen Fehler erhält man die Raketengrundgleichung

$$V_{Raumschiff} = log(N)\, V_{Treibstoff}$$

Der natürliche Logarithmus $log(N)$ ist als die Umkehrfunktion der Exponentialrechnung bekannt und wächst sehr langsam (z.B. ist $\log(1\,000\,000) = 6$). Das führt dazu, dass eine Rakete ein Vielfaches ihres Eigengewichts an Treibstoff mitführen muss, um die nötige Geschwindigkeit zu erreichen. Bei der Saturn V waren von den 3000 Tonnen Gesamtgewicht nur circa 40 Tonnen für Raumschiff und Mondlandefähre vorgesehen.

3. Wie kommt man eigentlich zum Mond?

Die Gesetze der Schwerkraft machen einen direkten Flug zum Mond beinahe unmöglich. Der Treibstoffverbrauch (und damit die nötige Größe der Rakete) sind selbst mit heutigen Mitteln nicht zu bewerkstelligen. Daher entschloss man sich zum sogenannten "Lunar Orbit Rendezvous" Manöver. Vereinfacht gesagt soll die Mondrakete zuerst in eine Umlaufbahn (Orbit) um die Erde einschwenken. Nach Überprüfung der Systeme werden dann die Triebwerke erneut gezündet und das Raumschiff auf den Kurs zum Mond beschleunigt. Dort angekommen, schwenkt das Raumschiff in eine Mondumlaufbahn ein (Lunar Orbit) und koppelt die Mondlandefähre ab. Diese landet am Mond, startet wieder und trifft das Raumschiff in der Mondumlaufbahn, um dort wieder anzudocken (Rendezvous). Diese Strategie war völlig neu und wurde von Wernher v. Braun ursprünglich als zu riskant verworfen. Da sich alle direkteren Routen zum Mond allerdings als nicht praktikabel herausstellten, blieb nur diese Variante übrig.

Die nötigen mathematischen Gleichungen um in eine Mondumlaufbahn einzuschwenken waren 1960 schon hinlänglich bekannt. Beim Start von der Erdoberfläche stellt die Atmosphäre und damit der Luftwiderstand eine zusätzliche Schwierigkeit dar und die Gleichungen können nicht mehr exakt gelöst werden. Damals erkannte man, dass eine exakte Lösung auch gar nicht notwendig war. Das Ziel war nun so nahe an die exakte (optimale) Flugbahn zukommen, dass der Treibstoff reichen würde. Dazu bediente man sich mathematischer Verfahren, die von den Mathematikern Carl-Runge und Martin Wilhelm Kutta in Göttingen um 1900 entwickelt wurden. Diese Runge-Kutta Methoden vereinfachen die Situation grob gesagt, indem sie die tatsächliche (gekrümmte) Flugbahn (im Bild unten in orange), durch kurze gerade Stücke annähern.

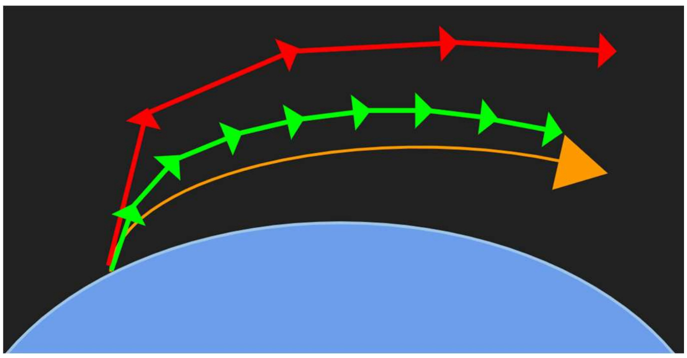


Abb. 7: Runge-Kutta Approximation

Je mehr dieser Geradenstücke zur Annäherung verwendet werden, desto genauer ist das Ergebnis. Die Gleichungen für diese approximativen Flugbahnen konnte man damals auch schon per Hand lösen und dadurch die exakte Flugbahn genau genug annähern. Dies war dennoch ein unglaublicher Rechenaufwand und wurde von Heerscharen sogenannter “Computer” also “Rechnern” erledigt. Im Unterschied zum heute geläufigen Wort waren damals allerdings menschliche “Rechner” gemeint (meistens Frauen). Im späteren Verlauf des Raumfahrtprogramms wurden allerdings immer mehr elektronische Rechenmaschinen eingesetzt, die den heutigen Computern in ihrer Funktionsweise schon sehr ähnlich waren (nicht aber in ihrer Rechenleistung).

Durch den Einsatz von Computern im Raumschiff selbst, aber auch in der Entwicklung der Rakete, entstand der damals völlig neue Beruf des “Software Entwicklers”. Tatsächlich verwendete die Programmiererin Magaret Hamilton als erste diesen Begriff (englisch “Software Engineer). Sie war auch beteiligt an der Entwicklung des damals unbekannten “Priority Managements”. Die Computer damals waren viel zu leistungsschwach, um alle nötigen Programme gleichzeitig laufen zu lassen. Daher bekam jedes Programm eine bestimmte Priorität. Funktionskritische Programme (zum Beispiel Steuerung der Mondlandefähre) bekamen hohe Priorität, weniger wichtige (etwa das Updaten der Anzeigen im Cockpit) bekamen eine niedrige Priorität. Wenn der Computer zu viele Programme gleichzeitig ausführen musste, konnte er, anstatt abzustürzen, weniger wichtige Aufgaben einfach warten lassen und sich auf die essentiellen Programme konzentrieren. Heute sind solche Systeme in jedem Computer Standard.

4. Wie stehen die Chancen heil zurückzukommen?

Auch damals stellte man sich die Frage, wie wahrscheinlich eine Mondmission erfolgreich sein würde. Heutzutage würde man sowas ein “Risk Assessment” nennen.

Um das Risiko abzuschätzen, sammelte man die Ausfallwahrscheinlichkeiten der kleinsten Bauteile des Raumschiffs und der Rakete. Man konnte abschätzen, wie verlässlich ein Transistor oder ein Treibstofftank war. Um daraus die Ausfallwahrscheinlichkeit der gesamten Rakete abzuschätzen, bediente man sich der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Genauer gesagt, verwendete man die Binomialverteilung. Als Beispiel nehmen wir an, der Navigationscomputer funktioniert zu 90% richtig. Natürlich hatte man Redundanzen eingeplant, und drei unabhängige Navigationscomputer dabei. Hätte man nur zwei Computer, könnte man bei widersprüchlichen Aussagen nicht entscheiden, welchem Computer man trauen sollte. Wie hoch ist nun die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei der drei Computer richtig funktionieren? Um das zu berechnen muss man alle möglichen Fälle durchgehen. Die Wahrscheinlichkeit, dass Computer 1 und 2 funktionieren, aber 3 nicht ist gegeben durch

$$0.9*0.9*(1-0.9) = 8.1\%$$

Dasselbe Ergebnis erhält man in den anderen drei Fällen (Computer 1 funktioniert nicht, 2 und 3 schon; Computer 2 funktioniert nicht, 1 und 3 schon). Dann bleibt noch der günstigste Fall, nämlich dass alle drei Computer funktionieren. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist

$$0.9*0.9*0.9 = 72.9\%$$

Addiert man alle diese Wahrscheinlichkeiten auf, so erhält man, dass mindestens zwei Computer mit 97% Wahrscheinlichkeit funktionieren. Rechnungen dieser Art hatte man damals für die gesamte Rakete angestellt und erhielt das ernüchternde Ergebnis, dass eine erfolgreiche Mission nur zu 5% wahrscheinlich war. Daraufhin wurde das Risk Assessment eingestellt.

5. Fazit

Mathematik spielte im Wettlauf zum Mond eine entscheidende Rolle. Vor allem kann man das Raumfahrtprogramm der USA als Startpunkt der computergestützten Mathematik (englisch “Computational Maths") und daher als Wegbereiter der modernen angewandten Mathematik sehen.

VIII. Genealogie und Mathematik *(Mag. Franz Josef VRABEC)*

0. Kurzfassung:

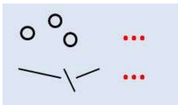
G e n e a l o g i e - als Wissenschaft - beschäftigt sich mit den Verwandtschaftsverhältnissen, die in der Geschichte der Menschheit auftreten. Für historische Forschungen ist sie eine wichtige Hilfswissenschaft, als eigenständige Disziplin bedient sie sich der Genetik und der Mathematik.

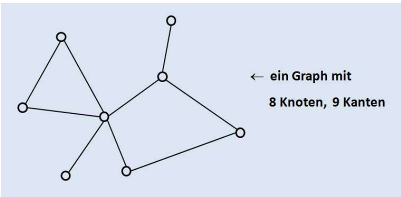
Eine zur Genealogie passende mathematische Methode ist die „Graphentheorie". Im Vortrag wird eine anschauliche Einführung in diese mathematische Disziplin gegeben und gezeigt, wie diese in den verschiedensten Gebieten - und eben auch in der Genealogie - eingesetzt wird.

Die genealogische Forschung der eigenen Familie wurde in jüngster Zeit durch die Möglichkeit eines weiträumigen Online-Zugriffes zu Kirchenmatriken enorm erleichtert. Im Vortrag wird eine kurze Anleitung dazu gegeben, wie man in dieses faszinierende Hobby einsteigt.

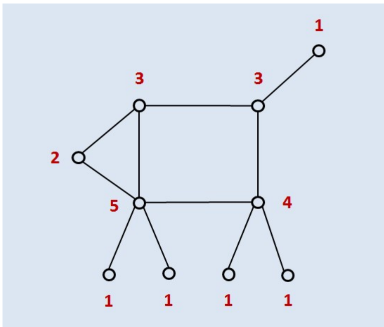
1. Ein „Schnellkurs" in Graphentheorie:

Was ist ein „Graph"? Ein *Graph* besteht aus *Knoten* die durch *Kanten* verbunden werden:

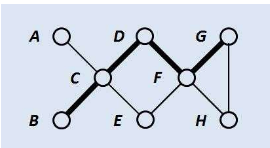




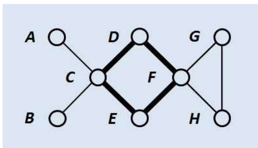
Der *Grad* eines Knoten zeigt an, wieviele Kanten mit ihm verbunden sind:



Zwei wichtige Begriffe aus der Graphentheorie sind *Kantenzug* und *Zyklus*:



Kantenzug B-C-D-F-G verbindet den Knoten B mit Knoten G



Zyklus C-D-F-E-C kehrt vom Knoten C wieder zu ihm zurück

1736 war das „Geburtsjahr“ der Graphentheorie: *Leonhard Euler* (1708-1783) wurde ein Problem gestellt, das als *Königsberger Brückenproblem* populär wurde:

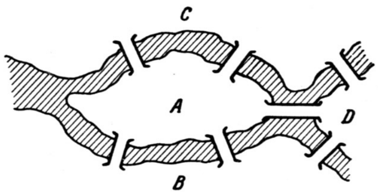


Abb. 1: Königsberger Brücken, Leonhard Euler (Quelle: Wikipedia)

Gibt es einen Weg, bei dem man über jedeA Brücke genau einmal geht?
Gibt es vielleicht sogar einen Rundweg (mit Rückkehr zum Ausgangspunkt)?
Euler übersetzte das Problem in die Sprache der Graphentheorie:

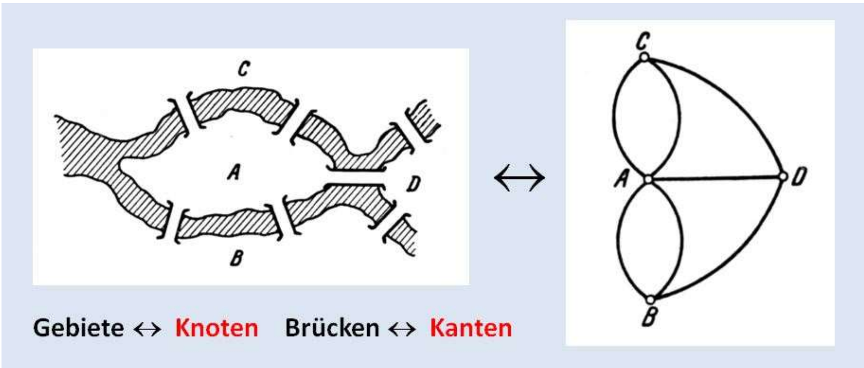
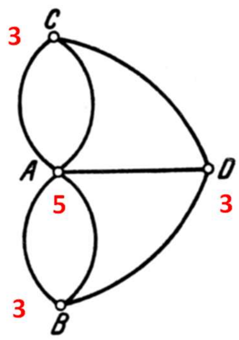


Abb. 2: Königsberger Brücken, Kanten (Quelle: Wikipedia u. Konstruktion F.J.V.)

Gibt es im zugeordneten Graphen einen Kantenzug, der alle Kanten enthält?
Gibt es im zugeordneten Graphen einen Zyklus, der alle Kanten enthält?
Euler gab auf diese Fragen exakte Antworten in der Sprache der Graphentheorie:

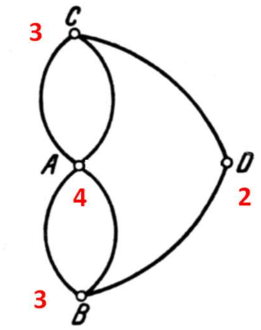
Ein Graph besitzt genau dann einen alle Kanten enthaltenden Kantenzug, wenn er *genau zwei Knoten ungeraden Grades* hat.
Ein Graph besitzt genau dann einen alle Kanten enthaltenden Zyklus, wenn er *keine Knoten ungeraden Grades* hat.



Der Graph enthält mehr als 2 Knoten ungeraden Grades
→ also *kein* alle Kanten enthaltender Kantenzug

Der Graph enthält nur Knoten ungeraden Grades
→ also *kein* alle Kanten enthaltender Zyklus

Entfernt man die Brücke = Kante AD, dann gibt es Lösungen:

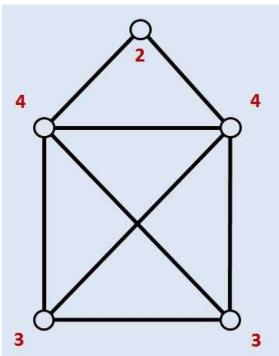


Die Knoten B und C (und nur diese) haben ungeraden Grad $\rightarrow$ es gibt einen Kantenzug, der alle Kanten enthält, z.B.: B-A-C-A-B-D-C

Da der Graph Knoten ungeraden Grades enthält, besitzt er keinen alle Kanten enthaltenden Zyklus

Ein bekanntes Beispiel für einen Graphen, der einen alle Kanten enthaltenden Kantenzug besitzt, ist das

Haus des Nikolaus:

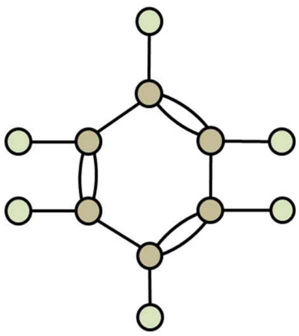


In diesem Graph gibt es genau 2 Knoten ungeraden Grades. Nach dem Satz von Euler gibt es daher einen Kantenzug, der alle Kanten enthält.

Ein solcher Kantenzug beginnt bei einem der Knoten ungeraden Grades und endet dann bei dem anderen Knoten ungeraden Grades.

Eine Lösung dafür zu finden, ist nicht schwer - versuchen Sie es!

Die Graphentheorie findet in vielen Wissenschaften Anwendung, z.B. in der Chemie bei *Strukturformeln* von chemischen Verbindungen.

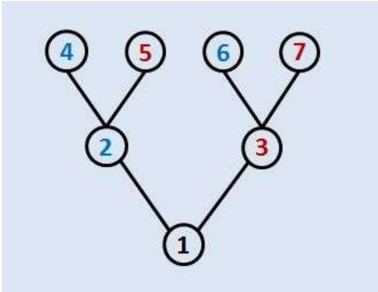


Strukturformel des Benzols C_6H_6 nach *August Kekule* (1865).

In einem Graphen kann es zwischen den Knoten auch mehr als eine Kante geben (Mehrfachkanten).

Sein Sohn *Stephan Kekule* war Jurist und Genealoge. Von ihm stammt eine allgemein anerkannte und verwendete *Nummerierung* der Vorfahren einer Person:

Hier die Vorfahren des *Probanden* Nr. 1

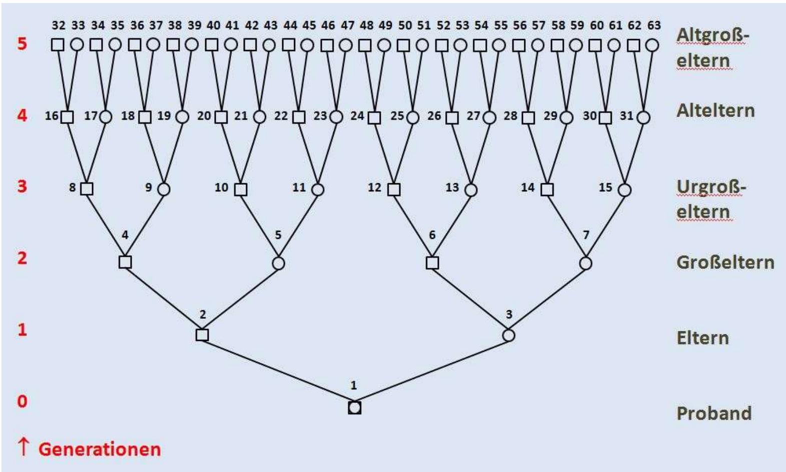


Eltern-Generation: Nr. 2 - 3
Großeltern-Generation: Nr. 4 - 5 - 6 - 7

Bis auf den Probanden erhalten
Männer … *gerade* Nummern
Frauen … *ungerade* Nummern

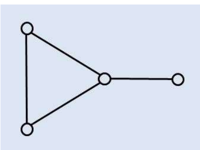
2. Die Anwendung von Graphen in der Genealogie

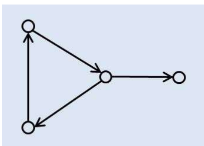
Verwandtschafts-Verhältnisse lassen sich übersichtlich als Graphen zeichnen. Personen werden als Knoten eines Graphens dargestellt; verwandtschaftliche Beziehung durch Kanten.
Eine tabellarische oder grafische Darstellung der Vorfahren einer Person wird *Ahnentafel* oder *Ascendententafel* genannt.



Ein Graph dieser Art wird aus naheliegenden Gründen *Baum* genannt.

Um die zeitliche Aufeinanderfolge von Verwandtschaftsverhältnissen eindeutig zu erkennen, wird das Konzept der Graphen auf gerichtete Graphen erweitert.
Ein *gerichteter Graph* ist ein Graph, bei dem die Kanten eine *Orientierung* besitzen, die durch eine Pfeilspitze dargestellt wird.



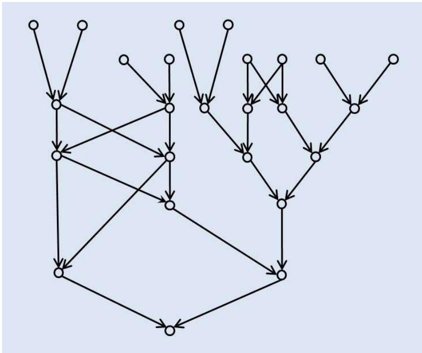


gewöhnlicher) Graph gerichteter Graph (mit einem *Zyklus*)

Bei einem gerichteten Graphen spricht man nur dann von einem Zyklus, wenn dieser den Orientierungen der betreffenden Kanten nach durchlaufen werden kann.

Bei der Darstellung von Verwandtschafts-Verhältnissen kann kein Zyklus auftreten!

Ein gerichteter Graph ohne Zyklus wird als *gerichteter azyklischer Graph* bezeichnet, auf Englisch *directed acyclic graph*, abgekürzt *DAG*.

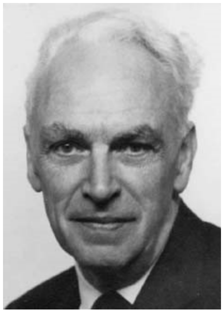


Dieser Graph enthält einige geschlossene Kantenzüge. Man kann sie aber nicht in einer die Orientierung der Kanten respektierenden Folge durchlaufen, also ist er ein DAG.

Mit den DAG-Graphen liegt eine Klasse von Graphen vor, die in der Genealogie für die Darstellung von Verwandtschafts-Verhältnissen eingesetzt werden kann.

Der erste Mathematiker, der diese Anwendungsmöglichkeit erkannte, war

Øystein Ore.

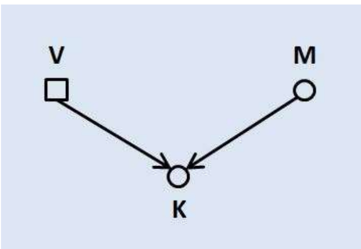


(1899-1968)

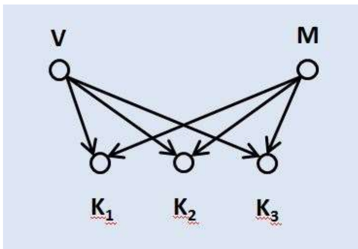
Abb. 3: Quelle Wikipedia

In seinem 1963 erschienenen Buch „*Graphs and Their Uses*“ definierter er *genetic graphs* durch Interpretation der gerichteten Kanten eines DAG als Verwandtschafts-Beziehung:

Die einfachsten *genealogischen Graphen* sind:



Ein Elternpaar mit einem Kind



Elternpaar mit mehreren Kindern

In dem Buch von Ore werden die 3 allgemeingültigen genealogische Tatsachen:

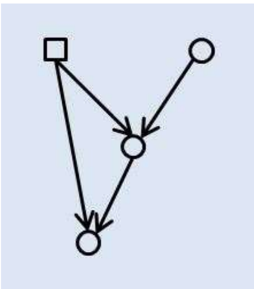
(1) jedes Individuum hat 2 Eltern
(2) Eltern sind von verschiedenem Geschlecht
(3) kein Individuum ist sein eigener Vorfahr

in Eigenschaften genealogischer Graphen umformuliert:

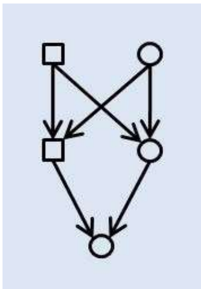
(1) jeder Knoten hat 2 eintretende Kanten
(2) die Anzahl der Kanten eines alternierenden Kantenzuges ist durch 4 teilbar
(3) der Graph ist azyklisch

Die folgenden beiden genealogischen Graphen sind möglich (und kommen auch vor), sind aber in unseren Gesellschaften nicht erlaubt:

Inzest



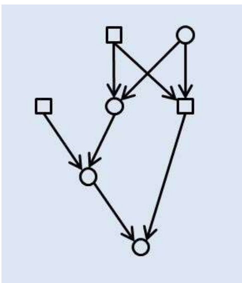
Tochter hat mit Vater ein Kind



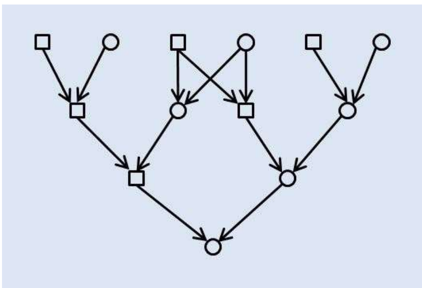
Bruder hat mit Schwester ein Kind

Die nächsten genealogischen Graphen zeigen Verwandtschafts-Verhältnisse, die zwar in unseren Gesellschaften erlaubt sind, aber ein gewisses genetisches Risiko tragen:

Inzucht



Nichte hat mit Onkel ein Kind



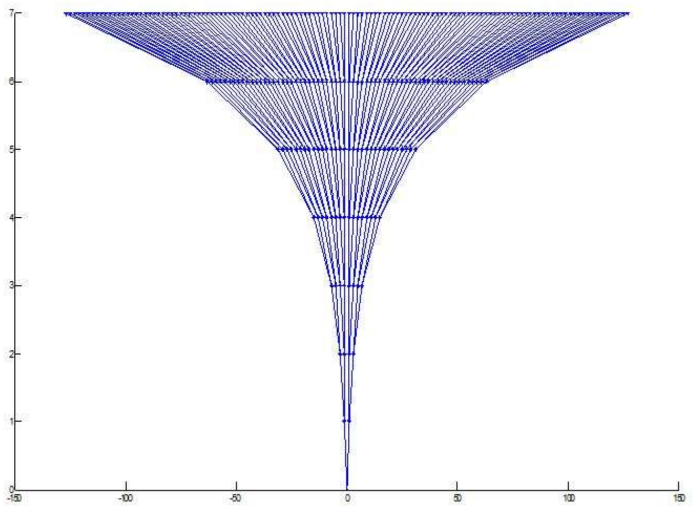
Zwei Kinder von Geschwistern haben ein Kind

Ein „Geschwisterkind“ hat statt 8 nur mehr 6 Urgroßeltern, sog. *Ahnenschwund.*

3. **Das Paradoxon der Anzahl der Vorfahren**

Bei *regulären* Verwandtschaftsverhältnissen wächst die Anzahl der Vorfahren eines Probanden (hat Generation $G = 0$) nach einem Exponentialgesetz:

Die Anzahl A der Ahnen in der Generation G beträgt $A = 2^G$



Die Anzahl der Ahnen vor 7 Generationen (ca. 200 Jahre) beträgt $2^7 = 128$.

Danach würde die Anzahl der Vorfahren eines jeden derzeit lebenden Menschen vor *28 Generationen* (ca. 1150) die Weltbevölkerung übertreffen!

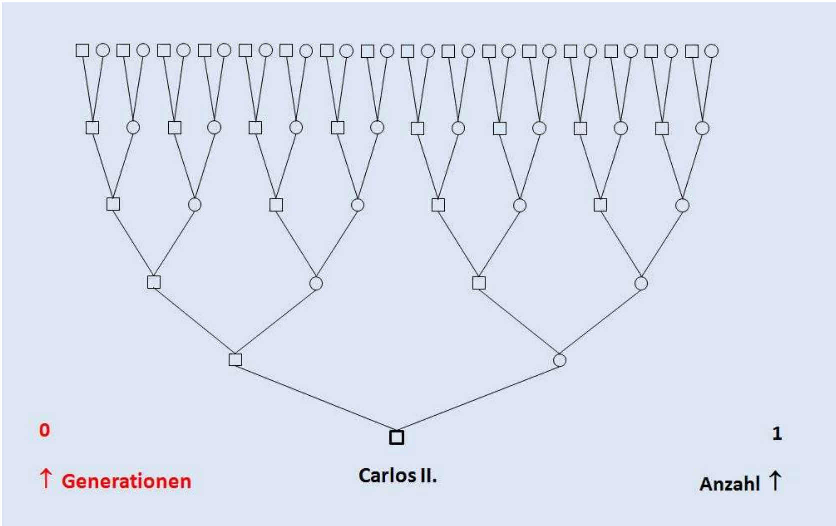
Generation	Ahnenanzahl	Jahr	Welt-bevölkerung
0	1	2000	6 000 000 000
10	≈ 1 000	1700	600 000 000
20	≈ 1 000 000	1400	350 000 000
30	≈ 1 000 000 000	1100	300 000 000
40	≈ 1 000 000 000 000	800	250 000 000

Diese paradoxe Situation zeigt, dass die Annahme von immerwährenden regulären Verwandtschaftsverhältnissen aufgegeben werden muss und es offensichtlich in der Vergangenheit zu einem massiven Ahnenschwund gekommen ist.

Ein Bespiel aus der *Habsburger-Genealogie* zeigt das in eindrucksvoller Weise:

Carlos (Karl) II
1661-1700
Abb. 4: Quelle Wikipedia

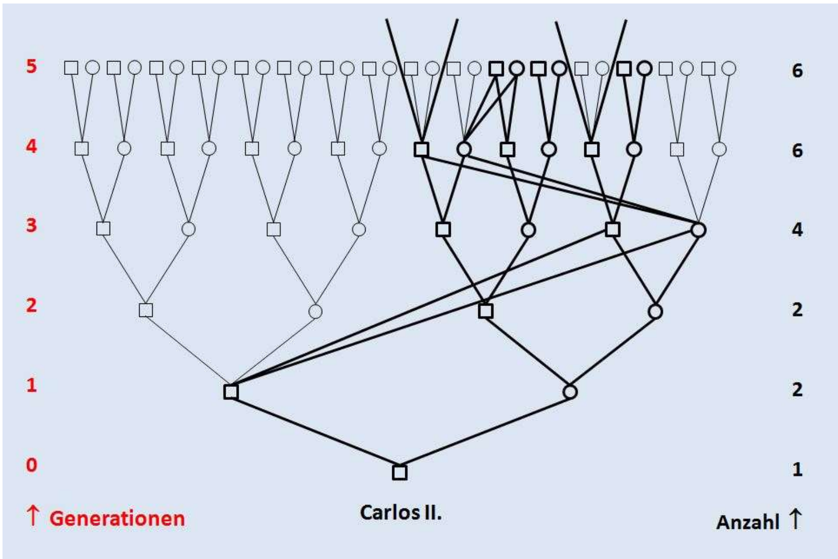
Der Graph der Vorfahren von Carlos II., wenn es über 5 Generationen reguläre Verwandtschafts-Verhältnisse gegeben hätte: Anzahl Vorfahren in Generation 5: $2^5 = 32$.



Er war der letzte Spanische Habsburger und bereits von schweren Degenerationserscheinungen betroffen. Sein Tod löste den Span. Erbfolgekrieg (1701-1714) aus.

Hier der Graph der tatsächlichen Vorfahren von Carlos II.:

Der Graph zeigt in beeindruckender Weise die verwandtschaftlichen Verflechtungen:



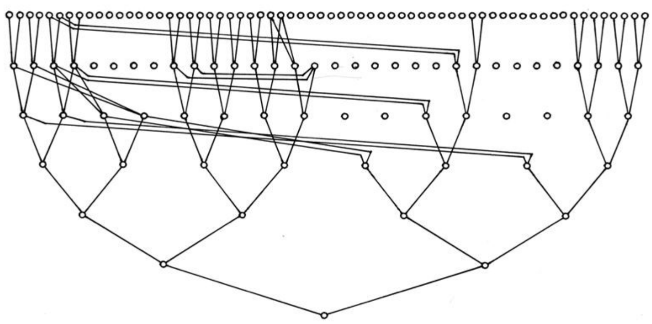
Man sieht unmittelbar, dass alle Vorfahren des Vaters von Carlos II. auch Vorfahren seiner Mutter waren - damit halbiert sich die Ahnenzahl bereits ab der Großeltern-Generation.

Die Anzahl der Vorfahren von Carlos II. vor fünf Generationen beträgt nur 6 statt der Anzahl von 32 bei regulären Verwandtschaftsverhältnissen (also ≈ 19%).

Hier ein weiteres Beispiel für massiven Ahnenschwund. Es zeigt die Vorfahren von Franz Ferdinand, Erzherzog von Österreich-Este (1863 - 1914).

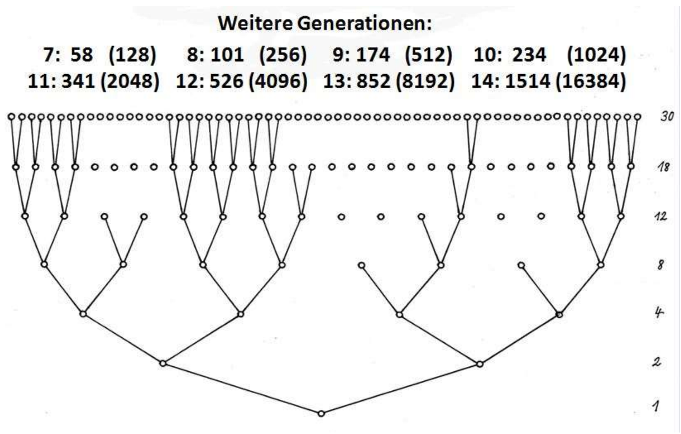
Seine Vorfahren wurden von emsigen Genealogen über 14(!) Generationen hin erforscht - jedoch nicht vollständig.

Graph der Vorfahren von Franz Ferdinand über 6 Generationen:



Die isolierten Knoten in diesem Graphen sind Ahnen, die an einer anderen (früheren) Stelle bereits auftreten. Daher gibt es von ihnen keine Kanten zu Nachkommen und auch alle ihre Vorfahren werden nicht eingezeichnet.

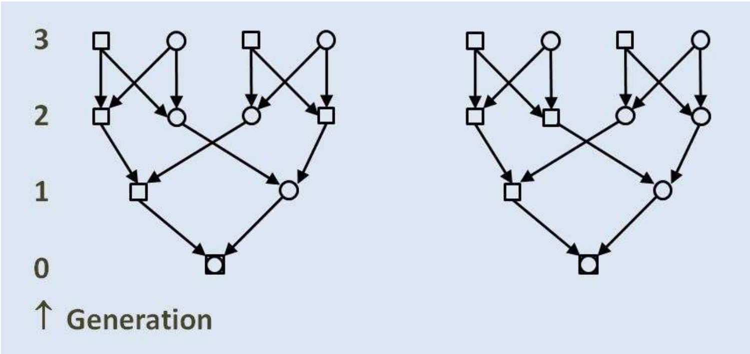
Das Weglassen der nicht-regulären Verwandtschaftsbeziehungen zeigt, wie „löchrig“ eine Ahnentafel dadurch wird:



Anzahl Ahnen und Ahnenschwund (in %), nach Generationen:

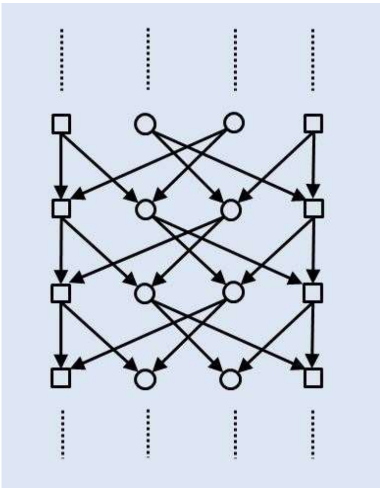
Generation	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Soll-Anzahl	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096	8192	16384
Ist-Anzahl	1	2	4	8	12	18	30	58	101	174	234	341	526	852	1514
Prozent	100	100	100	100	75	56	47	45	39	34	23	17	13	10	9

Die Graphentheorie zeigt anschaulich, wie die Anzahl der Ahnen in den Vorgängergenerationen gering gehalten werden kann, z.B. durch sog. *Doppelcousins*



Inzucht, aber kein Inzest! Die Anzahl der Ahnen in der Generation der Urgroßeltern $(G = 3)$ halbiert sich: statt $2^3 = 8$ nur 4 Urgroßeltern.

Ein noch extremeres Beispiel, bei dem die Anzahl der Ahnen in den vorhergehenden Generationen sogar *konstant* bleibt, wäre:

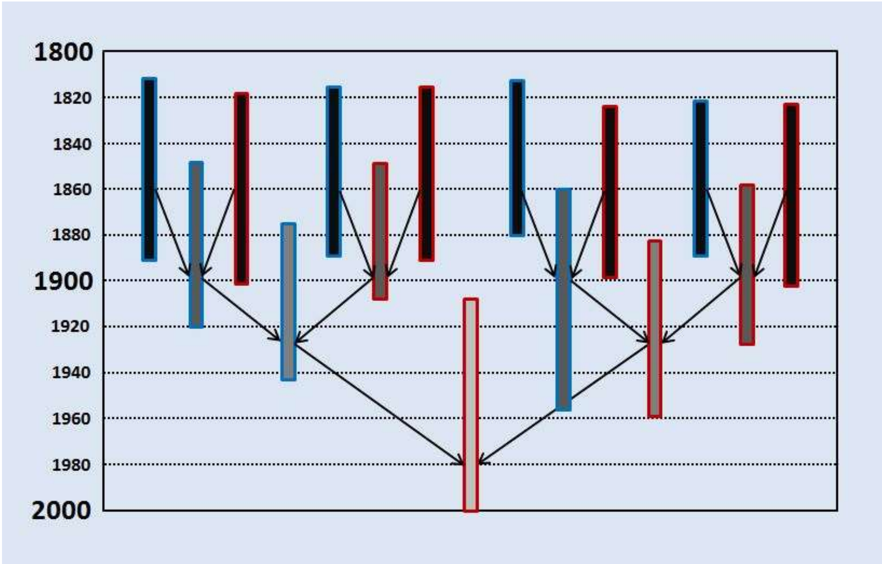


4. Erweiterung des Graphen-Konzeptes um die Lebenszeit der Ahnen:

Graphen können in anschaulicher Weise die Abfolge der zeitlich vorangehenden Ahnen darstellen, wobei insbesonders ein etwaiger Ahnenschwund sichtbar wird.

Jeder Ahne ist in einer solchen Grafik aber nur ein Knoten, also praktisch ein Punkt. Tatsächlich hatte aber jeder Ahne eine Lebenszeit, die man - wegen der Anschaulichkeit - als eine dazu proportionale Strecke darstellen kann.

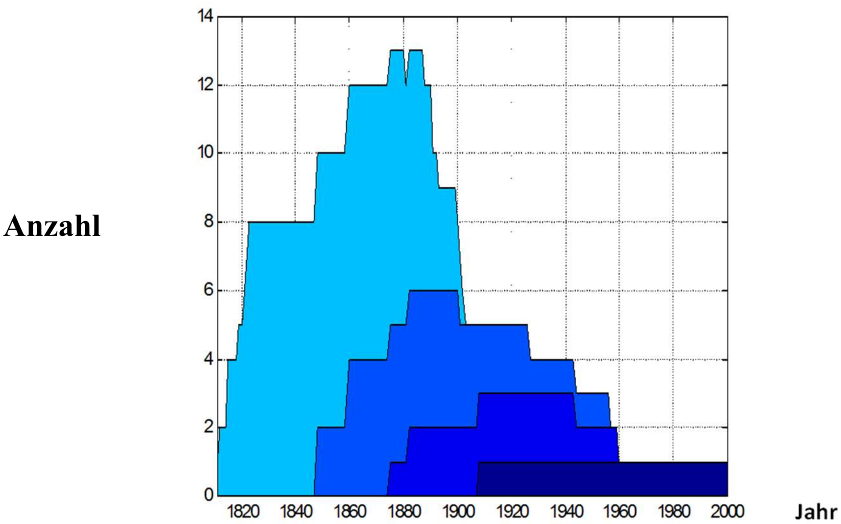
Die nächste Grafik zeigt eine Ahnentafel einer Probandin (1908-2000) bis zur Generation ihrer Urgroßeltern. Die Kanten (die man weglassen kann) zeigen reguläre Verwandtschaftsverhältnisse an.



Aus einer solchen Darstellung kann man unmittelbar die Anzahl der Ahnen ablesen, welche zu einem bestimmten Zeitpunkt gelebt haben und welcher Generation sie angehörten. Für das Jahr 1900 erhält man z.B.:

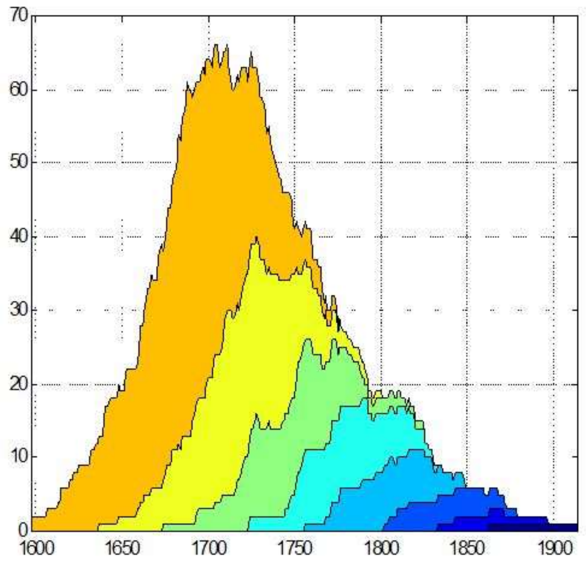
Generation	0	1	2	3	alle
Anzahl	0	2	4	3	9

Führt man diese Zählung in jedem Jahr eines bestimmten Zeitbereiches durch (z.B. für 1800-2000), so erhält man ein „*Ahnengebirge*“:



Da nur 4 Generationen betrachtet wurde, sieht diese Grafik recht grob aus.
Für Erzherzog Franz Ferdinand ist mehr Datenmaterial vorhanden, sein Ahnengebirge umfasst immerhin 8 Generationen im Zeitbereich 1600-1900:

Anzahl

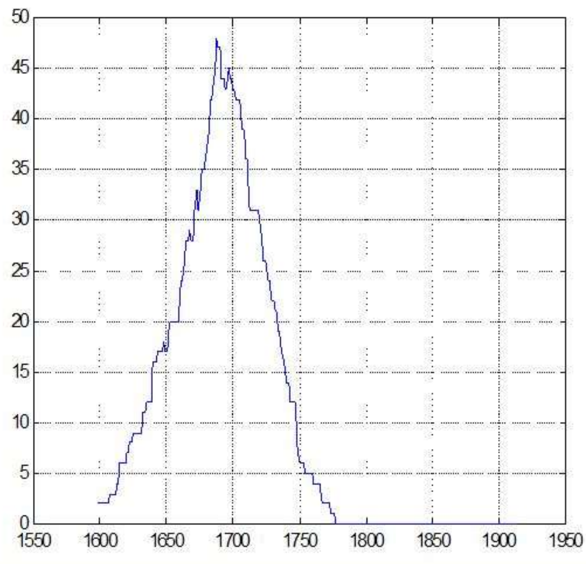


Jahr

Stellt man die Anzahl der Ahnen *nur einer* Generation dar (z.B. der Generation 7), wird eine zeitliche Dehnung beim Auftreten dieser Ahnen deutlich.

So sind die ersten Ahnen dieser Generation bereits um 1600 präsent, der letzte Ahne stirbt um 1775 - die Generation 7 umfasst also eine Zeitspanne von 175 Jahren!

Anzahl



Jahr

Die Genealogie der Adelshäuser kann - der relativ guten Quellenlage wegen - eine sehr interessante und spannende Beschäftigung sein, aber

⇨ mehr Freude bereitet die Erforschung der persönlichen Genealogie!

Im letzten Abschnitt ein paar Hinweise, wie man bei so einem Vorhaben beginnt…

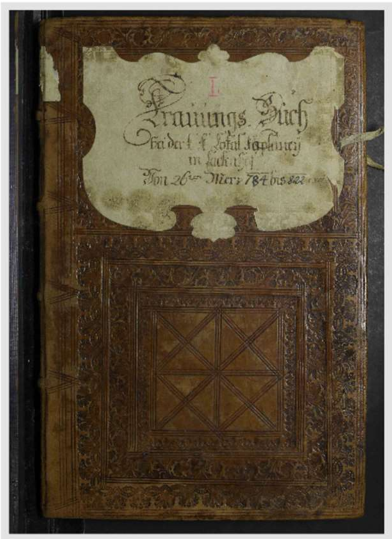
5. Die genealogische Erforschung der eigenen Familie:
Der erste Einstieg in die persönliche Genealogie / Familienforschung erfolgt über sogenannte *Matriken.*

Matriken sind kirchliche Verzeichnisse; es gibt 3 Arten:

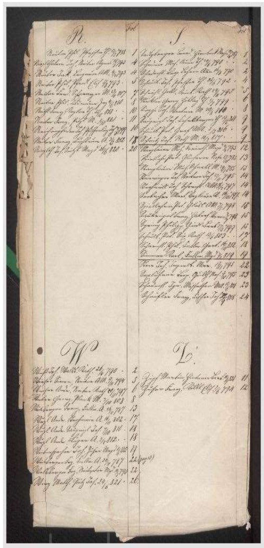
- Taufbücher
- Trauungsbücher
- Sterbebücher

Die Matriken der österreichischen Diözesen sind (fast) vollständig online verfügbar:
https://data.matricula-online.eu/de/oesterreich/

Beispiel: Trauungsbuch der Pfarre Lackenhof 02/01 1784 – 1822



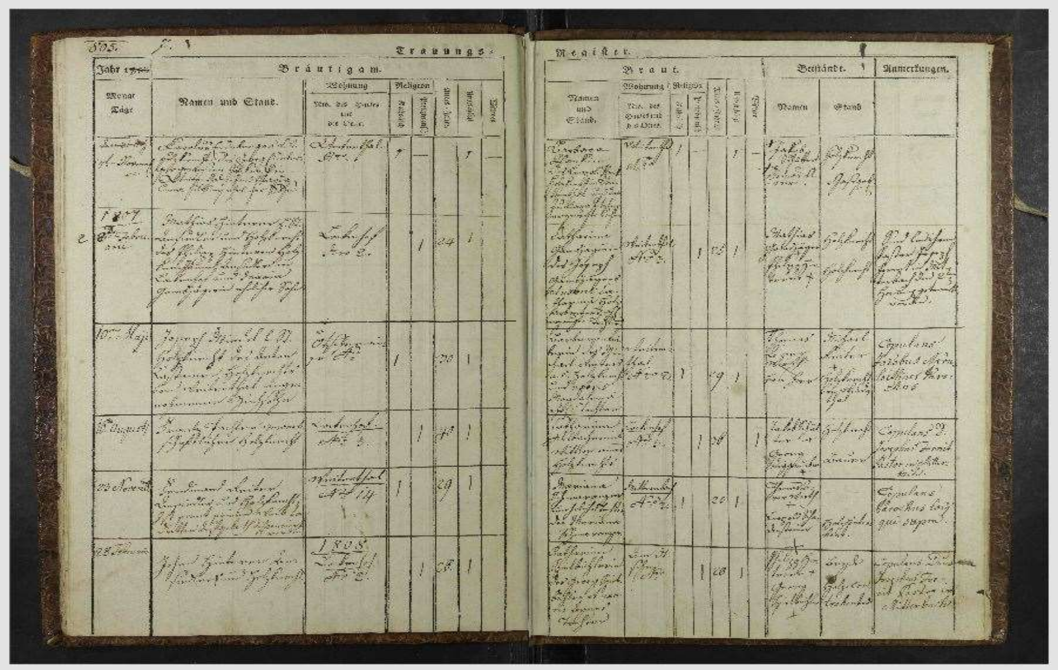
Einband



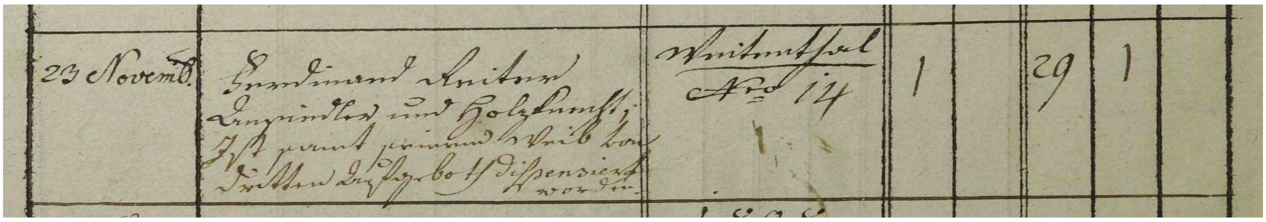
Index

Ein Namensindex erleichtert die Suche - ist aber bei weitem nicht in allen Büchern vorhanden. Manchmal muss man ein ganze Buch durchsehen!

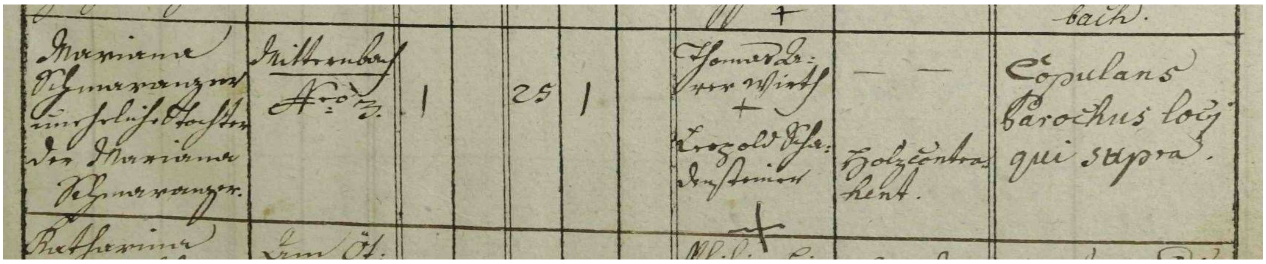
Trauungsbuch der Pfarre Lackenhof 02/01 1784 - 1822 Fol. 7



Details Fol. 7 (1807):



23.Novemb.	Ferdinand Reiter Ansiedler und Holzknecht Ist samt seinem Weib von dritten Aufgebot dispensiert worden	Weitenthal Nro 14	1	29	1



Mariana Schmaranzer unehelische Tochter der Mariana Schmaranzer	Mitterbach Nro= 3	1	25	1	Thomas Ar= rer Wirth + Leopold Scha= densteiner +	- - Holzcontra hent	Copulans parochus loci qui supra

Vereine / Seminare für Genealogie, Familien- und Heimatforschung:

Heraldisch-Genealogische Gesellschaft ADLER
https://www.gesellschaftadler.org/
Familia Austria
https://www.familia-austria.at/
Mostviertler Genealogenverein für Familien- und Heimatforschung
https://www.familienforscher.at/
Felix Gundacker – Ahnenforschung, Seminare, Publikationen
https://www.felixgundacker.at/
Archive und Matriken:
N.Ö. Landesarchiv
https://www.noe.gv.at/noe/Landesarchiv/Landesarchiv.html
FINDBUCH
https://www.findbuch.net/hp/
Matricula Online Österreich
https://data.matricula-online.eu/de/oesterreich/
Literatur:
Felix Gundacker, **Der Weg in die Vergangenheit.** Ahnenforschung in Österreich. Eigenverlag, 1. Auflage 2021, www.FelixGundacker.at
Roger P. Minert, **Alte Kirchenbücher richtig lesen**. Hand- und Übungsbuch für Famliniengeschichtsforscher. Verlag E. & U. Brockhaus, 5. Auflage 2004,
ISBN 978-3-930132-25-6.
Software:
WWW-Person (DVD)
13. Auflage (Euro 59.-), Verlag Degener
https://www.degener-verlag.de/
Ahnenblatt
Demoversion (max. 50 Personen). Vollversion ca. Euro 30.-
https://www.ahnenblatt.de/
Family Tree Maker
Es gibt auch eine deutsche Version. Kosten ca. Euro 100.-.
Zusatzsoftware (Family Book Creator).
https://www.mackiev.com/ftm/
Ages!
Kostenlose Testversion. Vollversion ca. Euro 40.-
https://www.daubnet.com/de/ages
Gramps
Freeware. Eher kompliziert, bietet aber sehr viele Möglichkeiten.
https://gramps-project.org/blog/
Brother's Keeper
https://www.bkwin.org/
Software der Mormonen. Kosten ca. Euro 50.-.
MyHeritage https://www.myheritage.at/
VORSICHT: Ihre Daten werden in der „cloud" gespeichert – Sie wissen nie,
was mit Ihren Daten geschieht. Vorteil: weltweite Vernetzung mit anderen Benutzern.

X. UnStatistik und UnLogik - Mensch und Zufall *(Dr. Gerold PETRITSCH)*

0. Kurzfassung

Wir Menschen haben so unsere Probleme mit dem Zufall und der Statistik: Wir schätzen Wahrscheinlichkeiten falsch ein und suchen überall „logische" Erklärungen. Der Vortrag bringt Beispiele zur Abstimmung und stellt Hypothesen zur Diskussion. Auch besprechen wir – bewusste und unbewusste – statistische Fehler und Manipulationsmöglichkeiten.

1. Zufall

Zufall ist in der deutschen Sprache etwas, das uns „zufällt". Etwas, das wir nicht wissen können, etwas Unvorhersehbares, Unberechenbares oder nicht einmal Messbares (Heisenbergsche Unschärferelation).

Es gibt meines Wissens keine eindeutige wissenschaftliche Definition des Zufalls. Beispiele für Definitionen und Erklärungen finden sich u.a. auf Wikipedia, Wikibooks (in der Philosophie), dem Juraforum oder bei Weßling (Lit. 7).

In der längsten Zeit der Menschheitsgeschichte wurden zufällige Ereignisse und das Schicksal der Menschen höheren Mächten, Naturgottheiten, Göttern oder Gott zugeschrieben. Laut Aristoteles entzieht sich der Zufall dem menschlichen Verstand. Auch die moderne Theologie spricht von Zufall als „Gottes Instrument".

In der neuzeitlichen Physik entwickelte sich die Idee des Determinismus, in der Aufklärung ersetzt der Laplacesche Dämon Gott – alles ist vorherbestimmt. Mit der Brownschen Bewegung, (Abbildung 1), der Quantenmechanik von Niels Bohr und Werner Heisenberg sowie der Chaostheorie (Abbildung 2) hält der Zufall Eingang in die moderne Physik.

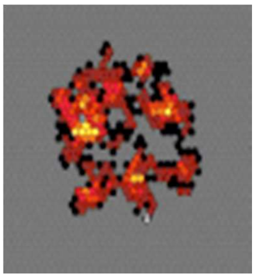


Abb. 8: Simulation der Brownschen Bewegung

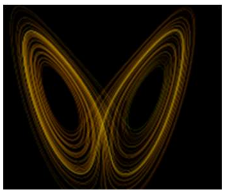


Abb. 9: Attraktor

In der Folge werden wir pragmatisch mit dem Zufall im mathematischen Sinn „rechnen“.

2. Wahrscheinlichkeitsrechnung

Definition: Grad der Möglichkeit, dass ein unsicheres Ereignis eintritt.

Berechnung: bei „diskreten“ Zufallsereignissen:
Anzahl *günstiger*/Anzahl *möglicher* Ergebnisse
z.B. 1 Würfel – Wahrscheinlichkeit (gerade) = 3/6 = 50%

In den folgenden **Ratespielen** waren Intuition und Spontanität gefordert

2 Würfel: Wie hoch ist Wahrscheinlichkeit für 2 gerade Ergebnisse? Es gibt doch **drei mögliche Fälle**: 2 gerade, 2 ungerade, je 1 …

Einige Teilnehmer ließen sich davon in die Irre führen und antworteten mit 1/3 = 33%. Tatsächlich aber gibt es **vier** „gleich wahrscheinliche“ Fälle und nicht 3! Als unabhängige Ereignisse gilt W(A und B) = W(A) * W(B) = ½ * ½ = **25%**

Gleicher Geburtstag (Tag/Monat) in einer Menschengruppe ohne Zwillinge:

wie groß ist Wahrscheinlichkeit, dass es bei 23 Personen im Raum zumindest ein „Geburtstagspärchen“ gibt? Die spontane Abstimmung zeigt, dass viele die tatsächliche Wahrscheinlichkeit von über 50 % stark unterschätzen.

Intuition führt oft in die Irre:

Auch in weiteren Ratespielen erkennen wir, dass Menschen oft die Macht des Zufalls unterschätzen und gerne Muster auch in zufälligen Folgen erkennen.

Was wir gut können, ist Muster zu erkennen und daraus Prognosen und Strategien zu erstellen. Darauf hat die Evolution uns getrimmt. Tatsächlich ist die dafür zuständige Großhirnrinde stammesgeschichtlich jung und für Probabilistik zu schwach.

Auch die Verhaltensökonomik besagt, dass Mensch nur **begrenzt rational** und kein „Homo oeconomicus“ ist, wie in der klassischen Wirtschaftstheorie angenommen.

Falsche Wahrscheinlichkeiten bei plötzlichem Kindestod: Fehlurteile

Der Roy Meadow brachte mit seinen „Gutachten" einige Frauen z.T. lebenslänglich hinter Gittern – fast immer unschuldige. Er bezifferte die Wahrscheinlichkeit, dass zweimal hintereinander plötzlicher Kindstod eintritt, mit 1:73.000.000, eins zu 73 Millionen (was erstens aus einer überholten Statistik stammte und zweitens die Unabhängigkeit der Ereignisse postulierte) und verwechselte zudem diese Wahrscheinlichkeit mit jener der Unschuld.

Falsche Statistiken im Rechtswesen: Fehlurteil

Mordprozess gegen O.J. Simpson 1995 (vom Mord an seiner Frau letztlich freigesprochen): Die Verteidigung argumentierte u.a., dass nur eine von 2500 geschlagenen Frauen später von Ehemann ermordet wurden.

Dies ist aber die falsche Basis: relevant sind, dass fast 90% der ermordeten Frauen, die von ihrem Mann geschlagen worden waren, später von diesem ermordet wurden.

3. Wie lügt man mit Statistik?

Statistische Untersuchungen sind ein wichtiges Instrument in praktisch allen Wissenschaften, sie werden auch gerne in Medien wiedergegeben.

Für bessere Anschaulichkeit bieten sich Grafiken (Diagramme) an, z.B.:

- Kurven (Liniendiagramme)
- Säulen- und Balkendiagramme
- Kreis- und Tortendiagramme

Oft führen Diagramme aus mangelnder Sachkenntnis oder aber bewusster Manipulation heraus in die Irre.

Beispiel Veränderung der Achsen (Strecken, „Offset" etc.):

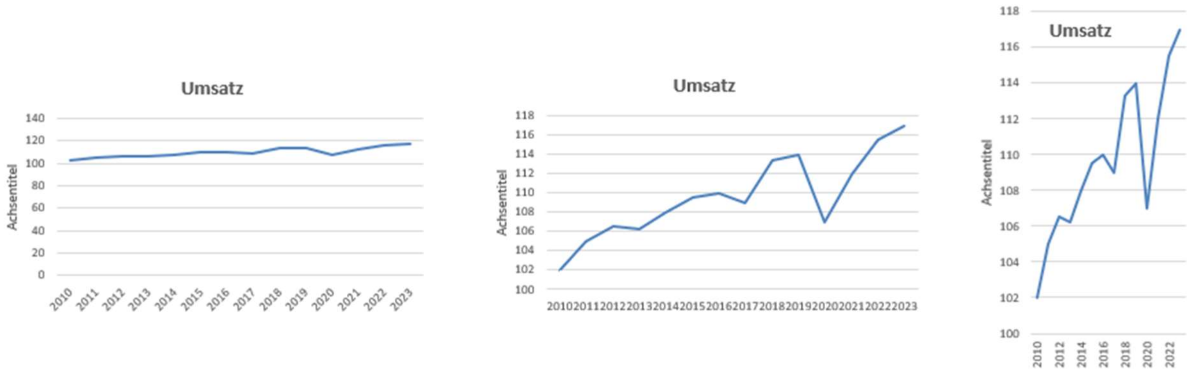


Abb. 3: Idente Umsatzzeitreihe mit verschiedenen Achsendehnungen

Bei 2- oder 3 dimensionalen Figuren empfindet unser Gehirn doppelte Höhe NICHT als Verdoppelung, sondern als Faktor 4 bzw. 8.

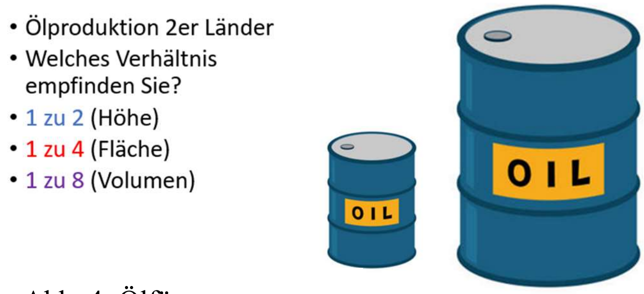


Abb. 4: Ölfässer

4. Unstatistik des Monats

Wir werden ständig mit empirischen Studien überschwemmt. So wichtig korrekt gemachte statistische Studien sind, so sehr bergen unseriöse Studien die Gefahr der Manipulation durch finanzkräftige Konzerne oder auch Ideologen und Verschwörungstheoretiker, die ihre oftmals krausen Theorien „beweisen“ wollen.

Seit 2012 hinterfragen der Ökonom Thomas Bauer, der Psychologe Gerd Gigerenzer und der Statistiker Walter Krämer jeden Monat publizierte Statistiken und deren Interpretation in den Medien. Und wollen damit zu einem sachlichen und vernünftigen Umgang mit Daten und Fakten beitragen.

Anhand von Beispielen werden hier die häufigsten Fehler aufgezeigt:

(Schein-) Korrelation statt Kausalität

Der Korrelationskoeffizient ist ein Maß für den linearen Zusammenhang von 2 Zufallsgrößen und liegt zwischen -1 und 1 (siehe Korrelation).

Kausalität bezeichnet eine begründete Ursache-Wirkung-Beziehung, d.h. eine Größe beeinflusst die andere.

Scheinkorrelation (Unfugs-Korrelation, englisch *spurious relationship* oder *spurious correlation*) bezeichnet eine Korrelation zwischen zwei Größen, der nur eine zufällige oder indirekte Beziehung zugrunde liegt (englisch: *correlation, not causation*). Eigentlich ist Scheinkausalität gemeint, denn es liegt *tatsächlich* eine Korrelation vor, aber eben keine *Kausalität* (nach https://de.wikipedia.org/wiki/Scheinkorrelation). Zu ergänzen ist, dass meist **multikausale** Beziehungen vorliegen, also mehrere oder viele Ursachen, die empirisch mittels multivariater Methoden separiert werden können (z.B. Regression)

Scheinkorrelation in der „Unstatistik“ des RWI Essen u.a.:

- Väter, die Elternzeit nehmen, haben geringeres Scheidungsrisiko: 1/2023
- Unfugs-Korrelation zw. Impfquote u. Übersterblichkeit: 12/2021, 1/2022

relatives / absolutes Risiko, kleine Stichproben

z.B. Juni 2023: Risiko von Frühgeburten nach mind. 2 Hitzetagen steigt relativ um 45% statt wie in den Medien wiedergegeben auf 45%. Bei immerhin 26.000 Geburten ging es aber wegen der Seltenheit des Ereignisses in absoluten Zahlen um 10 zusätzliche Frühgeburten in 22 Jahren.

Nennung der („Sensitivität=Trefferrate“), nicht der Fehlalrme

Intensiv diskutiert wurde die über die Falsch Positiv-Rate („Fehlalarme“) und deren Auswirkung bei Screenings, in Unstatistik des RWI Essen 10/21 anhand von Mammographie. Verwiesen sei auf Lit.13 (Google-Suche „hiv test florida selbstmorde“).

Manipulative Metastudien

- intransparente Auswahl der zugrundeliegenden Studien
- Berücksichtigung nicht zertifizierter bzw. mangelhafter Studien
- Vermischung nicht vergleichbarer Studien

z.B. Metastudie über Wirksamkeit von Homöopathie (Sept.2022)

5. Risikokompetenz

Abschließend der Appell, Risiko-Kompetenz statt Paternalismus (Gängelung) und „Nudging“ (die subtilere Art) zu fördern und fordern:

Schon in der Schule - Statistiken interpretieren lernen, nicht nur in Mathematik – und natürlich auf der Universität, wo z.B. das Medizinstudium mehr Wissen und Verständnis bieten soll. In Jus oder Publizistik gibt es überhaupt noch keine Stochastik.

Vor allem sollten wir alle der leider wachsenden Wissenschaftsfeindlichkeit entschlossen entgegenwirken!

Literatur

1. Daniel Kahneman: Schnelles Denken, langsames Denken, Übersetzung: Thorsten Schmidt. Pantheon 2014
2. Darrell Huff: Wie lügt man mit Statistik? Sanssouci, Zürich 1956 (Original: How to Lie With Statistics)
3. Hanno Beck: Die Logik des Irrtums, Frankfurt Allgemeine Buch, Frankfurt/Main 2008
4. Walter Krämer: So lügt man mit Statistik, Campus, Frankfurt/Main 2015
5. Thomas K. Bauer et.al.: Grüne fahren SUV …, Campus, Frankfurt/Main 2022
6. https://www.rwi-essen.de/presse/wissenschaftskommunikation/unstatistik
7. Bernhard Weßling: Was für ein Zufall! (Springer 2022)
8. Antonia Schmiedinger: Kann ich im Zufall das Handeln Gottes sehen? Diplomarbeit, Graz 2017
9. https://www.ifad.de/identifizierung-von-scheinkorrelationen
10. https://www.scribbr.at/category/statistik-at
11. https://www.scribbr.at/methodik-at/kausalitaet-und-korrelation
12. https://www.profil.at/wissenschaft/wie-die-wissenschaft-eine-angebliche-kindsmoerderin-entlastete/402491198
13. Gerd Gigerenzer: Glaub keiner Statistik, die du nicht verstanden hast. „Gehirn und Geist“ www.gehirn-und-geist.de 10/2009, S34ff

XI. Preis des Risikos *(DI. Wolfgang HEROLD)*

0. Kurzfassung

Der Vortrag knüpft unmittelbar an das Thema der Wahrscheinlichkeit und (Un)Statistik von Gerold Petritsch an und beleuchtet die finanzökonomischen Aspekte des Risikomanagements (Versicherungsprodukte, Optionsprämien, Eigenkapital von Banken) ebenso wie die verhaltensökonomischen in Form von Risikoneigung, Glücksspiel und Anlegerverhalten.

Die wesentlichen Fragestellungen, die im Vortrag methodisch erläutert werden, sind:

- Was ist ein Risiko?
- Wie bewertet man Risiken?
- Wie geht man mit Risiken um?

1. Was ist (ein) Risiko?

Quellen aus den frühen 30er Jahren des 20. Jahrhunderts sprechen bereits davon, dass auf den Finanzmärkten kein Ertrag ohne Risiko möglich sei. **Milton Friedman** (31. Juli 1912 – 16. November 2006), der 1976 den Wirtschaftsnobelpreis erhielt, prägte den Satz:

„**There is no free lunch in the capital markets**“

Diese, mitunter auch als Axiom angesehene, „Börseweisheit“ lässt sich anhand unterschiedlicher Beispiele belegen. Zahlreiche Anlageprodukte oder Investitionschancen der vergangenen Jahrzehnte haben für sich in Anspruch genommen, einen quasi risikolosen Mehrertrag zu erwirtschaften – nicht zuletzt im Zuge der Madoff[16] Pleite mussten jedoch dessen Anleger die Unverrückbarkeit der Aussage zur Kenntnis nehmen.

Bei der Erwägung, was als Risiko gesehen werden kann, kommen verschiedene Kriterien in Betracht:

- Ein Risiko bzw dessen Auswirkung betrifft in der Regel die Zukunft.
- Es bezieht sich auf unsichere Ereignisse, die eine relevante Auswirkung haben.
- Die Auswirkung dieser Ereignisse wird in Hinsicht auf den eigenen Nutzen bewertet.
- Der Nutzen wird meist in Verhältnis zu bestimmten Erwartungen gesetzt.
- Risiko bedeutet eine (mögliche) Schmälerung des (erwarteten) Nutzens = Schaden.
- Das Pendant zum Risiko ist die Chance.

Somit wird Risiko meist als die Möglichkeit bezeichnet, dass zukünftig der eigene Nutzen geschmälert wird, bzw ein Schaden eintritt. Quantifiziert wird diese Möglichkeit über den mathematischen Begriff der Wahrscheinlichkeit, die dem Ereignis, das zum Schaden führt, zugrunde liegt. Gleichzeitig bezeichnet Risiko aber auch das konkrete Ereignis, das zu dem Schaden führen kann. Beispiele für Risiken (und deren Wahrscheinlichkeit für eine durchschnittliche Person in der EU) im praktischen Leben wären etwa:

- Sportunfall (ca. 70%)
- Autounfall mit / ohne Todesfolge (1% / 40%)
- Schwere Krankheit, wie bspw Krebs (30%)
- Ungewollte Arbeitslosigkeit (10%)

[16] Ende 2008 wurde Bernard Lawrence „Bernie“ Madoff wegen Betrugs verhaftet, da er jahrzehntelang einen Investmentfonds nach einem Ponzi-Schema betrieben hatte. Der Gesamtumfang des Schadens wurde zum Zeitpunkt des Prozesses gegen Madoff auf mindestens 65 Milliarden Dollar (rund 51 Milliarden Euro) veranschlagt, die Zahl der Geschädigten auf 4800. Nach Ansicht von Anwälten handelt es sich um den „ersten wirklich globalen Betrugsfall“. Dieser betraf im April 2009 weltweit rund drei Millionen Personen direkt oder indirekt. Rund 300 Anwaltskanzleien und 45.000 Anwälte sollen sich zu dieser Zeit mit dem Fall befasst haben. Madoff wurde am 29. Juni 2009 zu 150 Jahren Haft verurteilt, sein Fall wurde vom United States Attorney for the Southern District of New York, Preet Bharara, aufgearbeitet. [Quelle: Wikipedia]

2. Wie bewertet man Risiken?

Hinsichtlich Risikobewertung unterscheidet man in der Regel zwischen Ereignissen, die sehr gut beobachtbar sind und deren Auswirkung leicht quantifizierbar ist, wie beispielsweise die tägliche Veränderung der Kurse von Wertpapieren wie Aktien oder Anleihen. Hier werden meist statistische Verfahren angewandt, um diese so genannten **quantitativen Risiken** zu bewerten.

Ereignisse, die sporadisch auftreten bzw unsichere Auswirkungen haben werden als **qualitative Risiken** bezeichnet und unterliegen einer anderen Form der Risikobewertung.

2.1. Bewertung quantitativer Risiken

Da für quantitative Risiken in der Regel eine Vielzahl von Beobachtungen vergangener bzw vergleichbarer Ereignisse vorliegt, werden Verfahren der Statistik angewandt um auf mögliche zukünftige Schäden (hier wegen der Quantifizierbarkeit meist Verluste) zu schließen.

So kann beispielweise die Annahme einer Normalverteilung mit entsprechend aus den Beobachtungen abgeleitetem Mittelwert und Standabweichung dazu verwendet werden, um die Frage zu beantworten: „Wie viel kann ich bis morgen mit der XY-Aktie verlieren?“. Da die Antwort darauf immer „potenziell alles“ lauten muss (die Wahrscheinlichkeit eines Weltuntergangs ist beispielsweise nicht Null), sollte die Frage mit einem Zusatz versehen werden, der die Sicherheit der Bewertung ausdrückt.

Dies führt zur gebräuchlichsten Kennzahl in der quantitativen Risikobewertung, dem **Value at Risk**. Dieser bemisst den möglichen Verlust, der über einen festgelegten Zeitraum (beispielsweise ein Jahr) mit einer bestimmten Sicherheit (beispielsweise 90%) eintreten kann. Ein dermaßen ermittelter Value at Risk von beispielsweise 5% besagt somit, dass die XY-Aktie in einem von 10 Jahren einen größeren Verlust als 5% ausweisen kann (weil in 9 von 10 Jahren, also 90%, der Verlust nicht größer als 5% sein wird). Statistisch betrachtet stellt der Value at Risk somit das (hier) 10% Quantil der entsprechenden Verteilung der jährlichen Erträge dar.

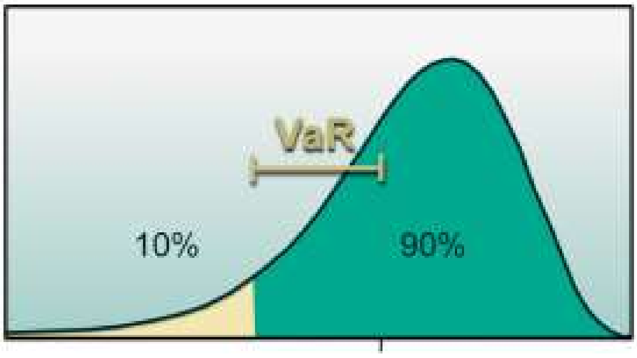


Abb. 1: schematische Darstellung des Verlustquantils (Value at Risk, VaR)

2.2. Bewertung qualitativer Risiken

Die gebräuchlichste Methode zur Bewertung von qualitativen Risiken wird oft als „frequency-serverity matrix“ bezeichnet und beschreibt eine Tabelle, in der Risiken als Kombination ihrer Eintrittswahrscheinlichkeit und ihrer zu erwartenden Schadenshöhe dargestellt werden. Diese Tabelle wird oft auch als „Risikomatrix“ oder Risikolandkarte bezeichnet.

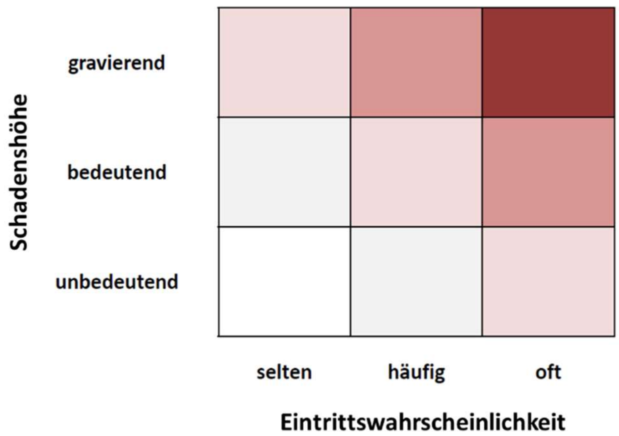


Abb. 2:_allgemeines Schema einer Risikolandkarte (Matrix)

So wären im alltäglichen Leben auftretende Risiken, wie beispielsweise ein Gewitter, ein Erdbeben, ein Stau oder ein Herzinfarkt wie folgt bewertbar:

1) Für den einzelnen Risikoträger (Beobachter) harmlose Gewitter treten häufig bis oft auf (bspw wenn eine jährliche Beobachtungsskala angesetzt wird), haben jedoch nur sehr selten gravierende Folgen. somit wären sie entweder rechts unten oder links oben in der Matrix einzutragen. Das gleiche gilt für Erdbeben bzw generell Naturkatastrophen: entweder man kommt (sehr selten) in eine schwere Katstrophe, oder es tritt (recht häufig) ein harmloses Ereignis ein (natürlich sind dazwischen auch alle Mittel denkbar). Somit erfordert eine eindeutige Zuordnung in der Matrix die

Festlegung einer der beiden Dimensionen. Also könnte beispielsweise die Risikoerhebung danach fragen, wie oft ein schweres Erdbeben eintritt, oder wie schwer ein durchschnittliches jährliches Erdbeben ausfällt.

2) Etwas anders verhält es sich mit einem Stau. In aller Regel ist das Auftreten eines Verkehrschaos zwar lästig und ungewollt, aber selten (Ausnahmen wären bspw Einsatzfahrzeuge) führen Verkehrsbehinderungen zu schwerwiegenden Schäden für die davon Betroffenen. Somit ist das Ereignis „Stau" wohl in der Regel im rechten unteren Quadranten erfassbar. Das Ereignis „Herzinfarkt" kann natürlich auch einen glimpflichen Verlauf nehmen, jedoch werden die Folgen meist gravierend sein. Dieses Ereignis wird also typischerweise links oben in der Matrix wiederzufinden sein.

Oft ist eine Metrik als Kombination der beiden Dimensionen Häufigkeit und Schaden gebräuchlich, beispielsweise in Form des Produktes aus Eintrittswahrscheinlichkeit und Schadenshöhe. Ereignisse, bei denen diese Kombination hoch oder sehr hoch ist (rot eingefärbte Quadranten in Abb. 2), werden in weiterer Folge einer geeigneten Risikosteuerung unterzogen.

3. Wie geht man mit Risiken um?

Hat man hohe oder sehr hohe Risiken identifiziert, so ist eine entsprechende Risikosteuerung zu implementieren, die den zu erwartenden Schaden tragbar macht. Dazu ist zunächst die individuelle Risikotragfähigkeit festzulegen bzw zu ermitteln. Diese beträgt beispielsweise für finanzielle Verluste das eigene Kapital, für ein Gewitter womöglich die Robustheit und Tauglichkeit der eigenen Behausung.

Im Zuge der Risikosteuerung unterschiedet man 4 mögliche Ansätze, die jeweils mit individuellen Risikomitigationskosten verbunden sein müssen („no free lunch"):

- Risikovermeidung
- Risikoübertragung
- Risikoreduktion
- Risikoabdeckung

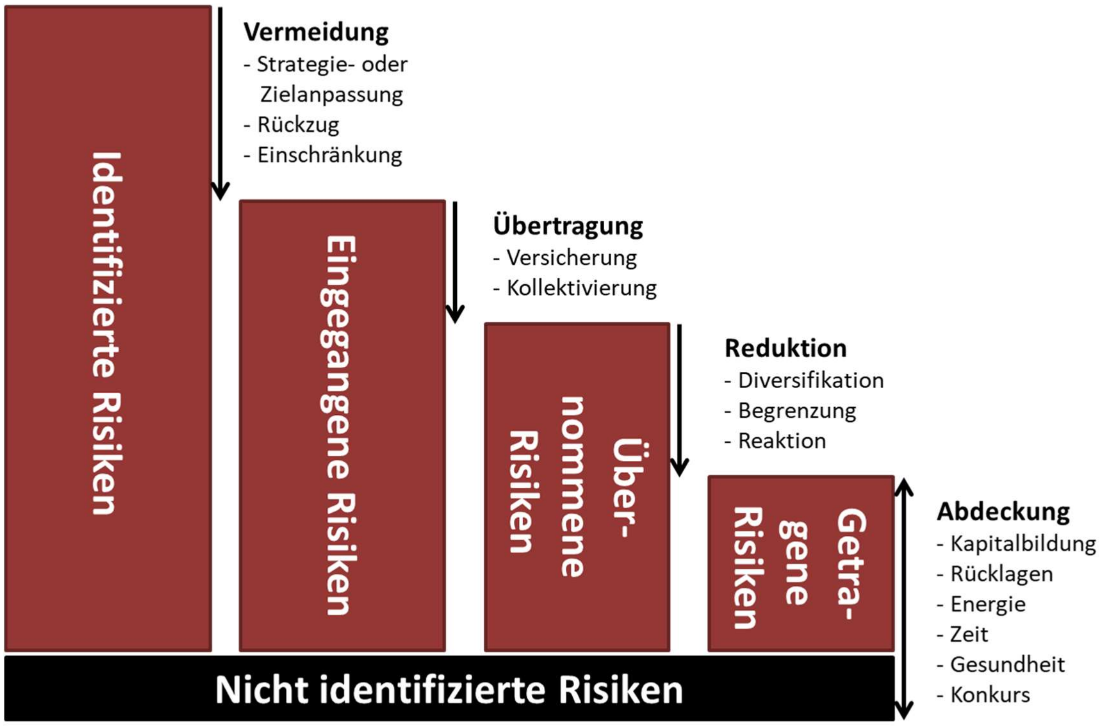


Abb. 3: Wege der Risikosteuerung

1) Als potenziell wesentliche Risiken identifizierte Ereignisse werden im einfachsten Fall **vermieden**. Das würde bedeuten, auf die Fahrt mit dem PKW zu verzichten, um einem möglichen Verkehrsunfall auszuweichen. Die Kosten sind unter anderem die Gebühren für den öffentlichen Verkehr, Taktgebundenheit und Pendlergedränge.
2) Ist man das Risiko einer PKW Fahrt eingegangen, kann es womöglich **übertragen** werden. So sind die Kosten eines Unfalls beispielsweise durch eine Vollkasko Versicherung ersetzbar. Die Kosten dafür sind die laufenden Versicherungsprämien, die im Erwartungswert höher sind, als die zu erwartenden Schäden (weil sonst ja das Versicherungsunternehmen negativ bilanzieren würde).
3) Bezieht man keine Vollkasko Versicherung, so muss man für Schäden am eigenen Fahrzeug aufkommen, diese kann man versuchen zu **reduzieren**. So kann man beispielsweise vorsichtige Fahrweise wählen oder gefährliche Strecken meiden. Die Kosten sind in der Regel zeitliche Verzögerungen und allfällig auch höhere Treibstoffkosten.
4) Verzichtet man auch auf die Reduktion, so werden die Risiken im Ereignisfall **getragen**. Der Schaden ist somit unmittelbar wirksam, also werden alle Kosten gedeckt. Diese Strategie kann sinnvoll sein, wenn eine Vielzahl gleichartiger Schäden eintreten kann, die nicht vermeidbar sind, deren Reduktion nicht im Handlungsspielraum des Risikoträgers liegt und für die eine Versicherung

statistisch keinen Sinn macht. So versichern einige öffentliche Einrichtungen ihren Fuhrpark beispielsweise nicht über die gesetzlich erforderliche Haftpflicht hinaus.

Problematisch wird die vermeintlich rationale Risikosteuerungsstrategie dann, wenn nicht identifizierte Risiken auftreten. Dies war beispielsweise im Zuge der COVID Krise beobachtbar, als entsprechende Risikoversicherungen zur Abdeckung von Betriebsunterbrechungen aufgrund der Erkrankung von Mitarbeitern nicht zur Anwendung kamen, da die Unterbrechung auf behördliche Maßnahmen und nicht auf Erkrankung zurück zu führen waren.

Im Bereich quantifizierbarer Risiken umfasst die Risikoreduktion meist auch Elemente der **Streuung von Risiken**, der so genannten **Diversifikation**. So kann beispielsweise durch Investition in mehrere Aktien das Risiko der Wertschwankung reduziert werden, da in der Regel nicht alle Aktien gleichzeitig Verluste in gleicher Höhe aufweisen werden. Dies wird am (simplifizierten) Beispiel zweier Gesellschaften deutlich, die sich auf den Verleih von Schirmen spezialisiert haben, wobei es sich einmal um Sonnen- (Sunbrella) und einmal um Regenschirme (Rainbowl) handelt:

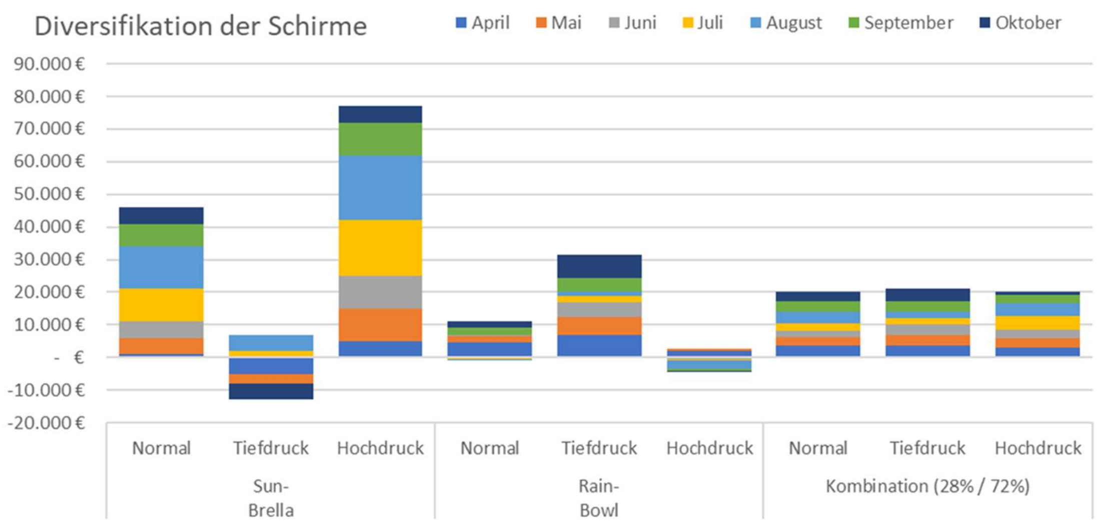


Abb. 4: Erträge der Investitionen in 2 Gesellschaften bei unterschiedlichem Wetter

Je nach eintretendem Wetter in einer Saison ist eine Beteiligung bei Sonnenschirmen (im Falle eines Hochdrucksommers) oder Regenschirmen (Tiefdrucksommer) rentabler bzw weniger verlustreich. Will man kein Wetterrisiko eingehen, so bietet eine Kombination von 28% Sonnenschirme und 72% Regenschirme bei allen Wetterbedingungen einen vergleichbaren Ertrag. Die Kosten der Diversifikation liegen unter anderem darin, dass in der Regel ertragreichere Investitionen geringer gewichtet werden müssen als ertragsarme, da die Risiken jener über deren liegen („no free lunch“).

4. Conclusio

Der Umgang mit Risiken im alltäglichen Leben erfolgt meist intuitiv. Die Höhe der möglichen Gefahr (potenzieller Schaden) wird oft über- oder unterschätzt, während irrational beurteilte Eintrittswahrscheinlichkeiten oft zu überhöhter Risikovorsicht (Aversion, Angst) oder gesteigertem Risikobedürfnis (Risikoneigung, Waghalsigkeit) führen.

Der professionelle Umgang mit Risiken erfordert neben profunden statistischen und organisatorischen Fähigkeiten insbesondere Erfahrung im Umgang mit den jeweiligen Risiken, da nur aus der Kenntnis des Prozesses und seiner Fehleranfälligkeit geeignete Rückschlüsse auf die Risiken und deren Bewältigen gezogen werden können.

Literatur

Albrecht/Maurer , Investment- und Risikomanagement; Schäffer - Poeschel; 2008.
Jorion, Philippe: Value at Risk. McGraw - Hill, 2006.
Hull, John C, Risikomanagement, Pearson, 2016